2018 帮学堂考研数学全年学习规划

全年复习规划概要

对很多同学来说，复习数学是件很头疼的事。许多以前学过的概念、公式、推论等都模糊了，忘记了。数学的复习过程是一个日积月累，由浅入深，水到渠成的过程。

数学的复习就是读书+做题+思考；同时还需要科学的学习计划，才能迅速并有效地掌握所学知识。为此帮学堂数学教研的老师们制定这个数学学习计划，希望同学在学习中能达到事半功倍的效果。

数学复习的整体规划为：

第一阶段　基础阶段（2017.6 月截止）: 主要是对教科书中要求掌握的基础知识点的了解，正确理解和把握。并配以简单题目来理解、巩固所学的知识点。

第二阶段　强化阶段（2017.7-2017.8）:复习侧重于做题，通过做题来检测对所学知识的掌握程度。查漏补缺，力争复习面面俱到。在

读书和做题过程中一定不能忽视思考，有思考的复习才会事半功倍。

第三阶段　模拟训练阶段（2017.10-11）：对历年真题以及模拟题进行模拟考场的训练达到“平时像考试，考试像平时”的良好心态。

第四阶段　冲刺阶段（2017.12-考前）：侧重于串讲及模考点睛，全面提高学员的应试能力，最大化的得分。

全年复习建议

数学考研主要从 4 个方面进行考查：一是基础知识，包括基本概念、基本理论、基本运算；二是简单的分析综合能力；三是考查数学理论在经济和理工学科中的运用；四是考查考生解题速度和解题的熟练程度。所以，数学的复习应该从梳理基础知识入手，考生应该对照教材把知识点系统梳理一遍。在基础知识的复习过程中，要特别注重对基础知识理解的准确性、完整性与系统性。如果对基础知识理解失误往往会导致对整个综合题目切入点判断的错误，进而造成全局性错误。同时，考生还应注意基础概念的背景和各个知识点的相互关系，对基础题目涉及的方法与技巧进行总结和分析，力争做到举一反三，以一当十，这样的训练会使同学们在遇到个别难题时容易找到切入点与思路。

全年复习规划

第一阶段　预备--基础阶段（2017.6 月截止）			
第一轮 预备（2017.2 月）			
学习任务及目标	学习资料选择范围	具体学习内容	学习规划备注
根据最新考试大纲要求，对所考类型的所有考点进行“地毯式”复习，学员可看帮学堂 2018 公共课全程班教材上的所列知识点。 学员对于考试大纲要求的各个知识点达到熟悉，对相关概念、性质、定理内容理解，运算方面具备一	1.《高等数学》（上、下）第六版，同济大学应用数学系主编，高等教育出版社； 2.《线性代数》，同济大同济大学应用数学系编，高等教育出版社； 3.《概率论与数理统计》 浙江大学 盛骤 谢式千 潘承毅 编，高等教育出版社。 或：大学本科阶段使用的高	1、认真学习教材上的基本概念、性质、定理，对于基本概念和性质定理要在理解基础上掌握，基础运算题型要做到会独立完成。 2、要有效利用时间，做到脑、手协调并用，不能只看题不做题。 3、一般定理的具体证明做到了解思路即可，关键定理的引出要做到熟悉其思路。 4、对单一知识点考查的运算题目要做到会做，并逐步提高熟练度、准确度。	数学学习过程是一个由浅入深、由易到难的渐进的过程。第一阶段的学习以对概念、定理和方法的内涵和外延的理解为主，即打基础阶段。要注重对基本概念的理解和掌握，如概念不能理解的透彻，可借助全程直播课中老师的精辟讲解达到对知识的消化和吸收；同时，基础阶段要练就扎实的基本运算功底，为以后的复习打下坚实的基础。 基础学习是考研数学复习的关键环节，如若基础不扎实会对后续复习效果产生影响。学员

定的基础运算能力，对于考察基础性计算的题目能够做出完整答案。	等数学、线性代数、概率论与数理统计的教材，涵盖大纲中所有考点即可。	5、记录自己在复习中的困难点，不会做的题目及理解不透彻的知识点。	可按部就班参加基础阶段课程，在老师的带领下夯实基础。
第二轮 基础过关（2017.3-2017.6）			
学习任务及目标	学习资料选择范围	具体学习内容	学习规划备注
在第一阶段第一轮学习复习基础之上，复习重点、难点的知识和第一轮中有困难的题。进一步掌握基本概念的内涵和外延、基本定理的应用，并对重难点考点内容进行相应题型的练习和巩固。	1.《帮学堂 2018 公共课全程班》讲义	1、对第一轮学过的内容、做过的题进行总结归纳； 2、集中精力解决在第一轮复习中记录的难点，帮学堂学员如自己仍有困难，可向客服老师或者助教老师提出答疑。 3、整理知识框架，相关概念的联系点，概念和定理之间的逻辑关系体系，自己多思考多总结，并留下总结记录以备后期复习用。	1、“温故而知新”。对已学内容的及时复习不仅能巩固所学内容，而且能比以前理解得更加深入透彻。反复是记忆之母。 2、人的记忆效果随着时间的推移而迅速下降。人的这种记忆特性决定只有在适当的时间进行反复复习才能巩固学习效果。

本阶段课程及测试安排 ● 本阶段所用讲义 《高等数学》（上、下） ● 《帮学堂 2018 公共课全程班》讲义 ● 测试：入学测试、阶段性测试、月测试及试卷讲评

第二阶段 强化提高阶段（2017.7-2017.9）			
第一轮（7 月-8 月）			
学习任务及目标	学习资料选择范围	具体学习内容	学习规划备注
按考点进行对应的题型训练，进行强化训练。按照大纲要求，熟悉并掌握所有考点对应的所有经典题型以及题型所对应的	1.帮学堂强化讲义(内部)； 2.其他同类型经典参考书等。	1、对考试大纲中各考点覆盖的题型进行复习； 2、务必建立学习自主性，学习并逐步消化一般题型的常见解题思路、一般方法和技巧；	题型强化训练阶段是考研数学复习的核心阶段。此阶段的复习效果关系到整个考研数学的成败。复习初期要注重题目的理解，要在不断积累的过程中总结解题思路和技巧。强化班的课程可以提炼历年数学的考试重点、难点，避免一些学生容易犯的错误。

基本解题思路。听强化班的课程。		3、强调学员自己动手做题，在做题中查验自身复习缺点和漏洞，切忌只看辅导书不动手做题； 4、以“啃”书态度对题型进行精细化复习，不留死角。	
第二轮（9 月）			
学习任务及目标	学习资料选择范围	具体学习内容	学习规划备注
复习强化班课程或学习由强化班课程整理的文档资料。通过听课，抓住重点、突破难点，掌握解题技巧，避免犯常规错误。	《考研数学高等数学 18 讲》 《考研数学线性代数	听强化班课程或学习由强化班课程整理的文档资料	一般而言，考生自己整理所有的题型及解题方法也未尝不可，但这是一项非常庞大的任务，没有足够的时间和精力是不行的，即便整理了，没有对历年考研数学的研究，做到洞悉重难点也非常困难。强化班的课程可以提炼历年数学的考试重点、难点，避免一些学生容易犯的错误。名师的点睛之笔可以帮助考生抓住考试的重点和难点，收到事半功倍的效果。 理论上讲，考生需要掌握所有的题型解法。最有效的复习方案

	10 讲》 《考研数学概率论与数理统计 8 讲》		就是根据各种题型的重要程度和难度，进行不同强度的训练安排。

本阶段课程及测试安排

- 直播班：2018 考研数学全程直播班、2018 考研数学强化直播班；
- 录播班：2018 考研数学全程录播班、2018 考研数学强化录播班；
- 本阶段所用讲义 《考研数学 高等数学 18 讲》
  《考研数学 线性代数 10 讲》
  《考研数学 概率论与数理统计 8 讲》
  《考研数学题源探析经典 1000 题》
- 测试：月测试题及试卷讲评

第三阶段　　　模拟训练阶段（10 月-11 月）			
第一轮（10 月）			
学习任务及目标	学习资料选择范围	具体学习内容	学习规划备注
将上一阶段所学内容继续进行循环复习，尤其注重名师指出的重难点；此阶段要定期进行套题训练（真题和模拟题）。通过套题训练，了解考研题的结构、难度和特点，增加应试经验和应试技巧，同时加深对常考知识点的理解。模拟真实考试，检验复习效果，提高解题熟	1. 最近十年真题； 2. 帮学堂月测卷； 3. 其他同类型的模拟试卷。	1、 强化阶段所学内容，重点练习错题、不会的题； 2、最近十年真题； 3、10 套模拟题； 4、 做完后对答案；作小结、整理错题（形成错题本）。	1、对学习效果的检验和评估是学习过程中不可或缺的一个过程。只有通过测验才能知道前一阶段的学习效果，也只有通过不断的模拟测试才能达到“平时像考试，考试像平时”的良好心态。2、认真对待与研究历年的真题，提高解决综合问题的能力。高等数学部分试题重复率还是比较高的，历年试卷更能反映出考研数学的出题思路和出题重点，通过对考研试题的类型、特点、思路进行系统的归纳总结，对于提高解题能力是大有帮助的。

练程度。			
第二轮（11 月）			
学习任务及目标	学习资料选择范围	具体学习内容	学习规划备注
听冲刺课程或学习冲刺班课程资料。通过听冲刺串讲班课程，将考研数学的所有考点串起来，形成知识点间有机联系的整体。同时，结合上一阶段的套题训练结果，明确自己的薄弱环节。	冲刺阶段课程资料。	1、认真学习冲刺班课程，同时对课程内容逐步需消化、吸收，为我所用。 2、总结自身薄弱环节，可面授与老师沟通解决。 3、查看错题本，逐个击破。	数学是一个严密而有逻辑的体系，各章节、各知识点之间不是孤立的、没有联系的。复习到后期，考生应将书读薄，建立起一个各章节、各知识点之间的一个知识脉络图，同时进一步抓住重点、突破难点。以上工作需要对通过历年考题的统计、总结和归纳，需要有丰富的经验。学生通过这一期间的套题训练，也会对自己的学习整体状况有一定的认识，结合老师的归纳总结，对自己有一个较清晰的判断。
本阶段课程及测试安排 ● 直播课：高等数学冲刺直播班、线性代数冲刺直播班、概率论与数理统计冲刺直播班			

- 录播课：高等数学冲刺录播班、线性代数冲刺录播班、概率论与数理统计冲刺录播班
- 本阶段所用讲义　《考研数学历年真题分析与演练》

第四阶段　百米冲刺 （12 月-考前）			
学习任务及目标	学习资料选择范围	具体学习内容	学习规划备注
对前面所有阶段进行归纳总结性复习。改正错误思维，查漏补缺。建立整理知识框架，胸有成竹，保持做题的状态。	回归基础资料、错题本	1、对错题进行归纳总结；对所有薄弱知识点进行深入思考、归纳总结、记忆。 2、明确一些应试技巧，灵活分配考试时间，控制解题速度，稳固答题准确率。 3、调整身心状态，积极备战，迎接考试	在临近考研的复习阶段，我们需要保持做题的状态，因为人都有一种惯性，我们需要把良好的做题状态一直坚持到考研结束。此时，不提倡做大量的模拟题，可以根据自己整理的错题集进行一些基本题目、基本解题技巧的训练。

		的成功。	
本阶段课程及测试安排 ● 测试：全真模拟测试及试卷讲评			

对于考研要考数学的同学来说，首先最重要的便是要建立自信。只有充满信心，考研复习才会充满动力，才会以饱满的心情应对艰苦的复习。其次便是要有针对性地制定出适合自己情况的切实可行的复习计划。相信你的努力加上我们的辅导一定会得到满意的回报。

最后，衷心祝福所有考生如愿以偿，金榜题名！

2016 学员寒假学习任务一览表

天数	学习任务	大纲要求	重难点提示	备注	是否完成
第一天	极限的概念、性质、四则运算法则	1.理解极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左极限、右极限之间的关系 2.掌握极限的性质及四则运算法则	数列极限与子列极限关系，函数极限的保号性，函数极限与数列极限的关系及四则运算	1.函数极限存在的充要条件是左极限、右极限存在且相等 2.使用极限四则运算的前提是参与运算的极限均存在	□ 完成 □ 未完成
第二天	无穷小的比较	1.理解无穷小量、无穷大量的概念 2.掌握无穷小量的比较方法	高阶，等价无穷小的定义，等价无穷小替换定理，八类常用的等价无穷小	1.无穷小的比较实质是趋于零速度快慢的比较 2.掌握八类常用的等价无穷小的推广，并灵活应用	□ 完成 □ 未完成

		3.会用等价无穷小量求极限			
第三天	洛必达法则，$\frac{0}{0},\frac{\infty}{\infty}$ 型极限的计算	掌握用洛必达法则求未定式极限的方法	$\frac{0}{0},\frac{\infty}{\infty}$ 型极限的计算，洛必达法则使用的三个前提条件	1.$\frac{0}{0},\frac{\infty}{\infty}$ 型极限计算的套路有：洛必达法则，等价无穷小替换，有理化处理，泰勒公式等 2.洛必达法则的第三个前提条件是求导后的极限存在	□ 完成 □ 未完成
第四天	$\infty\cdot 0,\infty-\infty$ 型极限的计算	掌握 $\infty\cdot 0,\infty-\infty$ 型极限的计算套路	$\infty\cdot 0,\infty-\infty$ 型极限的计算套路	$\infty\cdot 0,\infty-\infty$ 型极限计算的套路有：强提因式，等价无穷小替换，倒代换，有理化处理，泰勒公式等	□ 完成 □ 未完成
第五天	$\infty^0,0^0,1^\infty$ 型极限的计算	掌握 $\infty^0,0^0,1^\infty$ 型极限的计	1^∞ 型极限的计算套路	$\infty^0,0^0,1^\infty$ 型极限计算的套路是	□ 完成

		算套路		幂指函数的恒等变换，变成 $e^{\infty\cdot 0}$ 型极限	□ 未完成
第六天	夹逼定理、单调有界原理	1.掌握极限存在的两个准则 2.会利用夹逼定理和单调有界　原理求极限	夹逼定理和单调有界原理在计算极限中的运用	1.夹逼定理求极限时，需对式子进行适当的放缩； 2.由递推公式给出的数列一般先用单调有界原理判断该数列极限的存在性	□ 完成 □ 未完成
第七天	连续的定义与性质	1.理解函数连续性的概念 2.了解连续函数的性质和初等　函数的连续性 3.理解闭区间上连续函数的性　质，并会应用这些性质	1.函数在一点处连续的定义 2.闭区间上连续函数性质的应用	1.判断分段函数在分段点处连续性时通常需要验证： $f(x_0+0)=f(x_0-0)=f(x_0)$ 2.考研中闭区间上连续函数的性质易与中值定理结合考查，现阶段了解内容即可.	□ 完成 □ 未完成

第八天	间断点类型的判断	会判断函数间断点的类型型	判断函数间断点的类型	函数的无定义的点一定是间断点	□ 完成 □ 未完成
第九天	导数的定义	1.理解导数概念及其几何意义 2.了解导数的物理意义 ,并会用导数描述一些物理量（数一、数二） 3.会求平面曲线的切线和法线 方程	1.函数在一点处导数定义 2.平面曲线过某点处的切线方程和法线方程 3.难点：灵活运用导数的定义	求函数在某点处的导数就是计算 $\frac{0}{0}$ 型极限	□ 完成 □ 未完成
第十天	微分的定义； 函数连续、可导、可微三者关系	1.函数的可导性与连续性之间　的关系 2.理解微分的概念及导数与微　分的关系	1.函数的可导、连续、可微之间的关系 2.难点：微分的定义的理解	1.可导与可微的关系是等价的 2.导数和微分的本质是不同的：导数是增量比的极限：微	□ 完成 □ 未完成

		3.了解微分的四则运算法则和　一阶微分形式的不变性 4.会求函数的微分		分是因变量增量的线性主部.	
第十一天	导数的四则运算法则和复合函数的求导法则	掌握基本初等函数的导数公式、导数的四则运算法则及复合函数的求导法则	复合函数的求导法	一定要熟记基本初等函数的导数公式； 在求复合函数的导数时，要明白哪个是自变量，哪个是因变量。	□ 完成 □ 未完成
第十二天	各种函数求导法则	1.会求分段函数的导数； 2.会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数	1.分段函数的分段点处的导数 2.隐函数的求导方法 3.参数方程的二阶导	1. 在判定分段函数的分段点是否可导时，一般利用导数定义； 2. 隐函数的求导一共有3种方	□ 完成 □ 未完成

			数 4.反函数的二阶导数	法（在方程两边直接求导；公式法；微分不变性） 3. 参数方程求二阶导数的方法，掌握解题思路； 4. 反函数求二阶导数的方法，理解导数即是微分的商，灵活求导。	
第十三天	高阶导数的计算	1. 了解高阶导数的概念 2. 会求简单函数的高阶导数	求函数的高阶导数在一点的导数值；	求 n 阶导数的基本方法有： 1. 数学归纳法 2. 递推公式法 3. 用泰勒公式和幂级数展开进行比较求一点的 n 阶导数等	□ 完成 □ 未完成

第十四天	导数应用：极值和最值	1. 理解函数的极值概念 2. 掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法 3. 掌握函数最大值和最小值的求法及其应用	1.函数单调性的应用（证明不等式） 2.函数极值的必要条件及两个充分条件 3.函数最值的求法	求函数 $f(x)$ 极值的一般步骤为： （1）求 $f'(x)$； （2）求出函数 $f(x)$ 的所有驻点和一阶导数不存在的点 （3)然后再利用判定函数极值的充分条件进行判定	□ 完成 □ 未完成
第十五天	导数应用：函数凹凸性、拐点和渐近线	1. 会用导数判断函数图形的凹凸性 2. 会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线 3. 会描绘函数的图形	如何判定一个点是否为拐点的方法； 曲线拐点的必要条件和充分条件； 三种渐近线的求法	求曲线 $f(x)$ 在区间 I 内拐点的一般步骤为： (1)求 $f''(x)$； (2)令 $f''(x)=0$，解出这方程在区间 I 内的实根，并求出在区间 I 内 $f''(x)$ 不存在的点；	□ 完成 □ 未完成

				(3)然后再利用判定拐点的充分条件进行判定.	

2018 数学寒假作业

第一天

1. 设 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$ ，$\lim\limits_{n\to\infty} y_n = \infty$ ，$\lim\limits_{n\to\infty} z_n = A$. 则下列命题中正确的是 ( ).

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n + y_n) = \infty$.　　(B) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n z_n) = \infty$.

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n y_n) = \infty$.　　(D) $\lim\limits_{n\to\infty}[x_n]^{y_n} = \infty$.

2. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+1)^{95}(ax+1)^5}{(x^2+1)^{50}} = 8$ ，则 a 的值为 ( ).

(A) . 1　　(B) . 2　　(C) . $\sqrt[5]{8}$　　(D) . 均不对

3. 设数列 x_n 与 y_n ，满足 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$ ，则下列叙述正确的是 （　　）.

(A) 若 x_n 发散，则 y_n 必发散 .　　(B) 若 x_n 无界，则 y_n 必有界 .

(C) 若 x_n 有界，则 y_n 必为无穷小量　　(D) 若 $\dfrac{1}{x_n}$ 为无穷小量，则 y_n 必为无穷小量 .

4. 设有数列 $\{x_n\}$ ，$\{y_n\}$ ，$\{z_n\}$ ，且 $\{x_n\}$ 为无界数列，$\lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0$ ，$\lim\limits_{n\to\infty} z_n = 1$ ，则必有（　　）.

(A) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$.　　(B) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n y_n = 0$.

(C)存在正整数 N，当 $n > N$，有 $x_n > y_n$.　　(D) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n z_n$ 不存在 .

5. 下列极限正确的是　　（　　）.

(A) $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin x}{x} = 1$.　　(B) $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{1}{x} = 1$.

(C) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}$ 不存在 .　　(D) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sin x}{x} = 1$.

6. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$ 存在，$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$ 不存在，则正确的是　　（　　）.

（A）. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 不一定存在　　（B）. $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ 不一定存在

（C）. $\lim\limits_{x\to x_0}[f^2(x)-g^2(x)]$ 必不存在　　（D）. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 不存在

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^{(-1)^n}$

答案 1.C, 2. C, 3. D, 4. D, 5. B, 6. D, 7. 1

第二天

1. 设 $f(x)=2^x+3^x-2$ ，则当 $x\to 0$ 时 ( ).

(A). $f(x)$ 是 x 的等价无穷小 (B). $f(x)$ 是 x 的同阶但非等价无穷小

(C). $f(x)$ 比 x 较低阶无穷小 (D). $f(x)$ 比 x 较高阶无穷小

2. 当 $x\to 0$ 时， $f(x)=\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$ 是 ( ).

(A)无穷小量． (B)无穷大量．

(C)有界非无穷小量． (D)无界非无穷大量．

3. 设 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 连续，且满足 $f(x)=\dfrac{1}{2}(x-x_0)+o((x-x_0))(x\to x_0)$ ，当 $x\to x_0$ 时是 $(x-x_0)$ 的 ( ).

(A)等价无穷小． (B)同阶非等价无穷小．

(C)高阶无穷小．　　(D)低阶无穷小．

4. 设 $f(x)$ 满足 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^2}=-1$，当 $x\to 0$ 时，$\ln\cos x^2$ 是比 $x^n f(x)$ 高阶的无穷小量，而 $x^n f(x)$ 是比 $e^{\sin^2 x}-1$ 高阶的无穷小，则正整数 n 等于（　　）.

（A）. 1　（B）. 2　（C）. 3　（D）. 4

5. 当 $x\to 0^+$ 时,与 $\sqrt{x}$ 等价的无穷小量是 (　　)

(A) $1-e^{\sqrt{x}}$.　(B) $\ln(1+\sqrt{x})$.　(C) $\sqrt{1+\sqrt{x}}-1$.　(D) $1-\cos\sqrt{x}$.

6. 当 $x\to 0$ 时, $f(x)=x-\sin x$ 与 $g(x)=x^2\ln(1-bx)$ 是等价无穷小 (　　)

(A) $b=-\frac{1}{6}$.　(B) $b=\frac{1}{6}$.

(C) $b=-\frac{1}{3}$.　(D) $b=\frac{1}{3}$.

7. 已知当 $x\to 0$ 时，$f(x)=3x-\sin 3x$ 与 cx^k 是等价无穷小，则 (　　)

(A) $k=1,c=4$.　(B) $k=3,c=-\frac{9}{2}$.　(C) $k=3,c=\frac{9}{2}$.　(D) $k=3,c=-4$.

8. 当 $x\to 0^+$ 时，与 $\sqrt{x}$ 等价的无穷小量是　　（　　）.

(A) $1-e^{\sin\sqrt{x}}$.　　(B) $\ln(\sqrt{x}+\sqrt{1+x})$.

(C) $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}-1$.　　(D) $1-\cos\sqrt{x}$.

9. 把 $x\to 0$ 时的无穷小量 $\alpha=(\frac{3+x^3}{3})^{\frac{1}{3}}-1$ ，$\beta=\sin^3 x$ ，γ= 1 - cos2x 排列起来，使排在后面的是前一个的高阶无穷小，则正确的排列次序是　　( ) .

(A) β , γ , α .　　(B) γ , β , α .

(C) α , β , γ .　　(D) γ , α , β .

10. 已知当 $x\to 0$ 时，$f(x)=e^x-\frac{1+ax}{1+bx}$ 为 x 的 3 阶无穷小，则 $a=$ ________ ，$b=$ ________.

答案　1.C,　2. D,　3. B,　4. A,　5. B,　6. A,　7. C,　8. B,　9. B,　10. $a=\frac{1}{2},b=-\frac{1}{2}$

第三天

1. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-(ax+bx^2)}{x^2}=2$ ，则　　( ) .

（A）. $a=1$，$b=-5/2$　　（B）. $a=0$，$b=-2$

（C）. $a=0$，$b=-5/2$　　（D）. $a=1$，$b=-2$

2. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(3x-2)^{\alpha}}=\beta$，则 α,β 的数值为　（　　）

（A）. $\alpha=1,\beta=\dfrac{1}{3}$　（B）. $\alpha=5,\beta=\dfrac{1}{3}$　（C）. $\alpha=5,\beta=\dfrac{1}{3^5}$　（D）.均不对

3. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)(1+2x)(1+3x)+a}{x}=6$，则 a 的值为　（　　）.

（A）. -1　（B）. 2　（C）.2　（D）. 3

4. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a\tan x+b(1-\cos x)}{c\ln(1-2x)+d(1-e^{-x^2})}=2$，其中 $a^2+c^2\neq 0$，则必有　（　　）.

（A）. $b=4d$　（B）. $b=-4d$　（C）. $a=4c$　（D）. $a=-4c$

5. 已知 $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ax^2+bx-\mathrm{e}^{x^2-2x}+1}{x^2}=2$，则　（　　）.

(A)$a=5$，$b=-2$．　(B)$a=-2$，$b=5$．

(C)$a=2$，$b=0$．　(D)$a=3$，$b=-3$．

6. 已知 $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ax^2+bx-\ln\left(1-2x+x^2\right)}{x^2}=5$，则　　　　　　　　（　　）

（A）. $a=-4$，$b=2$　　　　（B）. $a=4$，$b=-2$

（C）. $a=3$，$b=-2$　　　　（D）. $a=-3$，$b=2$

7. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ax-\sin x}{\int_b^x \frac{\ln(1+t^3)}{t}dt}=c\neq 0$，则 $a=$______，$b=$______，$c=$______.

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(1-x+\frac{1}{2}x^2\right)e^x-\sqrt{1+x^3}}{x^3}=$__________.

9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1+\sin x}}{e^{\tan x}-e^{\sin x}}=$______.

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\cos\frac{1}{x}}{\sin x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos x\cdot\sqrt{1-x^2})}{\tan x\ln(1+x)}$

答案　1.A,　2. C,　3. A,　4. D,　5. A，　6. B,　7. $a=1,b=0,c=\frac{1}{2}$，　8. $-\frac{1}{3}$，　9. $\frac{1}{2}$，　10. 0，　11. -1，

第四天

1. $\lim\limits_{x\to 0}\cot x\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\right)$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\cot^2 x\right)$

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}[(x^5+7x^4+2)^a-x]=b$ $b\neq 0$ ，求a ，b的值.

4. $\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1+x}{1-e^{-x}}-\dfrac{1}{x})$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{2x}{x^2+1}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1}{\sin^2 x}-\dfrac{\cos^2 x}{x^2})$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}x[(x^2+1)^{\frac{1}{2}}-x]$

8. 若$\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\left(\frac{1}{x}-a\right)e^{x}\right]=1$,则$a$等于（ ）

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

9. $\lim\limits_{x\to 1}[\frac{1}{\sin \pi x}-\frac{1}{\pi(1-x)}]$

10. 当$x\to 0$时，$\alpha(x)=kx^{2}$与$\beta(x)=\sqrt{1+x\arcsin x}-\sqrt{\cos x}$是等价无穷小，则$k=$___________.

答案 1. $\frac{1}{6}$, 2. $\frac{2}{3}$, 3. $a=\frac{1}{5},b=\frac{7}{5}$, 4. $\frac{3}{2}$, 5. 2 , 6. $\frac{4}{3}$, 7. 不存在, 8. C, 9. 0, 10. $\frac{3}{4}$

第五天

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}}{2}\right)^{n}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left[e^{2}-\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{2n}\right]$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+\tan x}{1+\sin x}\right)^{\frac{1}{x^{3}}}$

4. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+e^{x})^{\frac{1}{x}}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\ln(1+x)}{x}\right)^{\frac{1}{e^{x}-1}}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{\ln(1+x^{2})}}$

7. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(\tan x)^{\frac{1}{\cos x-\sin x}}$

8. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^{\frac{1}{x}}-1)^{\frac{1}{\ln x}}$

答案 1. $\sqrt{ab}$， 2. e^2， 3. $e^{\frac{1}{2}}$， 4. e， 5. $e^{-\frac{1}{2}}$， 6. $e^{-\frac{1}{2}}$， 7. $e^{-\sqrt{2}}$， 8. -1

第六天

1.求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+n+1}+\dfrac{2}{n^2+n+2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n+n}\right)$

2.求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{(n^2+1)^{\frac{1}{2}}}+\cdots+\dfrac{1}{(n^n+1)^{\frac{1}{n}}}\right)$

3.设 $x_1=1$ ，$x_{n+1}=\sqrt{2x_n}\,(n=1,2,\cdots)$ ，证明 $\{x_n\}$ 收敛并求 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$

4. 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $0<x_1<\pi, x_{n+1}=\sin x_n\,(n=1,2,\cdots)$ 证明 $\{x_n\}$ 收敛并求 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

5.设 $x_1=1$ ，$x_2=\dfrac{1}{2}$ ，$x_{n+1}=\dfrac{1}{1+x_n}(n=1,2,\cdots)$ ，证明 $\{x_n\}$ 收敛并求 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$

参考答案

$\dfrac{1}{2}$

1.　　　2. 1　　　3. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 2$　　　4. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$　　　5. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0.618$

第七天

1. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & -1\le x<0 \\ x & 0\le x<1 \\ 2-x & 1\le x\le 2 \end{cases}$，　则结论（　　）正确.

（A）$x=0, x=1$处间断.　　　（B）在$x=0, x=1$连续.

（C）在$x=0$间断，在$x=1$处连续.　　　（D）在$x=0$处连续，在$x=1$间断.

2. 设 $f(x)$，$g(x)$在x_0不连续，则 （　　）

（A）. $f(x)+g(x)$在x_0不连续，$f(x)\cdot g(x)$在x_0连续　（B）. $f(x)+g(x)$和 $f(x)\cdot g(x)$在x_0都不连续

（C）. $f(x)+g(x)$在x_0连续，$f(x)\cdot g(x)$在x_0不连续（D）. $f(x)+g(x)$和 $f(x)\cdot g(x)$在x_0连续性不定

3. 设函数 $f(x)$有连续的导函数，$f(0)=0$，$f'(0)=b$，

若 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)+a\sin x}{x} & x\neq 0\\ A & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则常数 $A=$______.

4. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n-1}+ax+b}{x^{2n}+1}$ 为连续函数. 求 a、b.

参考答案

1.（C） 2.（D） 3. $b+a$ 4. $a=1$，$b=0$

第八天

1．设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x\neq 0\\ 1, & x=0\end{cases}$ 则 $x=0$ 是 $f(x)$的一个(　　)

（A）. 连续点　（B）. 可去间断点　（C）. 第二类间断点　（D）. 跳跃间断点

2.设 $f(x)$在(－∞，＋∞)内有定义且 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=a$，$g(x)=\begin{cases}e^{f\left(\frac{1}{x}\right)}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0,\end{cases}$ 则（　　）

(A)$x=0$ 必是 $g(x)$的可去间断点． (B)$x=0$ 必是 $g(x)$的第二类间断点．

(C)$x=0$ 必是 $g(x)$的连续点． (D)$g(x)$的连续性与 a 的取值有关．

3.设 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，$f(x)$ 连续且 $f(x)\neq 0$，$\varphi(x)$ 有间断点，则(　　)

（A）． $\varphi[f(x)]$ 必有间断点 （B）．$[\varphi(x)]^2$ 必有间断点

（C）． $f[\varphi(x)]$ 必有间断点 （D）．$\dfrac{\varphi(x)}{f(x)}$ 必有间断点

4. 求函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x(2x+\pi)}{2\cos x} & x\le 1\\ \sin\dfrac{1}{x^2-1} & x>1\end{cases}$ 的间断点并判别类型

5.设函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}\left[\sqrt{1+\sin x+\sin^2 x}-(\alpha+\beta\sin x)\right]$，且 $x=0$ 是 $f(x)$ 的可去间断点， 求 α,β．

参考答案

1.（D） 2. （A） 3. （D） 4. $x=-\dfrac{\pi}{2}$ 为第一类可去间断点；$x=-k\pi-\dfrac{\pi}{2}$ 为第二类无穷间断点 5.$a=1$ $\beta=\dfrac{1}{2}$

第九天

1．$f(x)$在 x_0 处存在左、右导数，则 $f(x)$在 x_0 点(　　)

(A)可导．　　(B)连续．　　(C)不可导．　　(D)不连续．

2. 设 $f(x)$在 x=0 处连续， $f(0)=0$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x^2)}{x^2}$ 存在是 $f(x)$在 $x=0$ 处可导的(　　)

(A)充分非必要条件．　　(B)必要非充分条件．

(C)充分必要条件．　　(D)既非充分条件又作必要条件．

3．设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^{\alpha}}\cos\dfrac{1}{1-x}, & x>1\\ 0, & x\le 1\end{cases}$，$f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，则 α 的取值为（　　）

（A）α＜－1　　（B）－1≤α＜0　　（C）0≤α＜1　　（D）α≥1

4.设 $f'(x_0)$ 存在，求 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0-2\Delta x)-f(x_0+3\Delta x)}{5\Delta x}$.

5.设 $f(x)=x(x-1)(x-2)\cdots(x-100)$，求 $f'(50)$

6.设 $y=y(x)$是由方程$x^2+y=\sin(x-y)$确定的隐函数，且 $y(0)=0$，则 $y'(0)=$____ .

7. 曲线$y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$与直线 $x+y=1$ 垂直的切线方程为_______ .

8.与曲线$(y-2)^2=x$相切，且与曲线在点(1，3)处的切线垂直，则此直线方程为________ .

9．设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\le 1 \\ ax+b, & x>1 \end{cases}$，试确定$a$、$b$的值，使 $f(x)$在点$x=1$处可导.

参考答案

1.（B） 2. （B） 3. （A） 4. $-f'(x_0)$ 5.$(50!)^2$

6. -1 7.$y=x$ 8.$y=-2x+\frac{15}{8}$ 9.$a=2,b=-1$

第十天

1.．设 $f(x)=\begin{cases} x^{\frac{3}{2}}\sin\dfrac{1}{\sqrt{x}}, x>0 \\ x^2, x\le 0 \end{cases}$，则(　)

（A）$f(x)$有间断点 $x=0$　　（B）$f'(x)$在$(-\infty，+\infty)$上连续

（C）$f(x)$在$(-\infty，+\infty)$上连续，但有不可导点

（D）$f(x)$在$(-\infty，+\infty)$上处处可导，但 $f'(x)$在$(-\infty，+\infty)$上不连续

2．设函数 $f(x)=\begin{cases} g(x)\sin\dfrac{1}{x}, & x\ne 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ 且 $g(0)=g'(0)=0$，则 $f(x)$在点 $x=0$ 处(　　)

（A）连续但不可导　（B）可导但 $f'(0)\ne 0$　（C）极限存在但不连续　（D）可微且 $\mathrm{d}f(x)|_{x=0}=0$

3.设函数 $f(x)$在$(a，b)$内有定义，$x_0\in(a，b)$，若当 $x\in(a，b)$时，恒有

$|f(x)-f(x_0)|\le(x-x_0)^2$，则 $x=x_0$ 必是 $f(x)$的　　(　)

(A)间断点．　(B)连续但不可导点．　(C)可导点且 $f'(x_0)\ne 0$　　(D)可导点且 $f'(x_0)=0$ ．

4．设 $f(x)$二阶可导，且 $f'(x)<0$，$f''(x)>0$，$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$，则当 $\Delta x>0$ 时有(　)

(A)$\Delta y>\mathrm{d}y>0$．　(B)$\Delta y<\mathrm{d}y<0$　　(C)$\mathrm{d}y>\Delta y>0$．　　(D)$\mathrm{d}y<\Delta y<0$．

5. 设 $f(x)=\begin{cases} x^{\alpha}\arctan\dfrac{1}{x}, & x\neq 0, \\ 0, & x=0, \end{cases}$ 其导函数在 $x=0$ 处连续，则 α 的取值范围是________ .

6. 设方程 $\mathrm{e}^{y}\sin t-y+1=0$ 确定了 $y=y(t)$，则在 $t=0$ 处曲线 $y(t)$ 的切线方程是 = ________ .

参考答案

1.（D） 2.（D） 3.（D） 4.（D） 5. $\alpha>1$ 6. $y=\mathrm{e}x+1$

第十一天

1. 已知 $y=f\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right), f'\ x\ =\ln\ 1+x^2$ ，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\Big|_{x=1}=$________.

2.求下列函数的导数或微分：

（Ⅰ）设 $y=\arcsin e^{\sqrt{x}}$ ，求 y' ； （Ⅱ）设 $y=1n\left(1+3^{-x}\right)$ ，求 dy ；（Ⅲ）设 $y=(x-1)\sqrt[3]{(3x+1)^2(2-x)}$ ，求 y' .

3.设 $y=e^{\sin^2 x}+\sqrt{\cos x}\,2^{\sqrt{\cos x^n}}$, 求 $\dfrac{dy}{dx}$.

4. 设 $y=\sqrt[5]{\frac{x-5}{\sqrt[5]{x^2+2}}}$ ，求 $\frac{dy}{dx}$.

5.设 $z=\mathrm{e}^{\tan\frac{1}{x}}\sin\frac{1}{x}$ ，求 dz.

6.设 $y=\frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}}\arctan\left(\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\tan\frac{x}{2}\right)$ ，其中 $a>b>0$,求 y' .

答案： 1. $\frac{4}{9}\ln\frac{10}{9}$.

2. （I） $y'=-\frac{1}{2e^{-\sqrt{x}}\sqrt{\left(1-e^{-2\sqrt{x}}\right)}\sqrt{x}}$.

（II） $dy=-\frac{\ln 3}{3^x+1}dx$.

（III） $y'=(x-1)\sqrt[3]{(3x+1)^2(2-x)}\left[\frac{1}{x-1}+\frac{2}{3x+1}+\frac{1}{3(x-2)}\right]$.

提示：这是求连乘积的导数，用对数求导法方便.因函数可取负值，先取绝对值后再取对数

3. $\frac{dy}{dx}=\mathrm{e}^{\sin 2x}\sin 2x-\frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}2^{\sqrt{\cos x}}(1+\sqrt{\cos x}\ln 2)$.

4. $y'=y\left[\frac{1}{5(x-5)}-\frac{2x}{25(x^2+2)}\right]$

5. $dz=-\frac{1}{x^2}\mathrm{e}^{\tan\frac{1}{x}}\left(\tan\frac{1}{x}\sec\frac{1}{x}+\cos\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$

6. $y'=\frac{1}{a+b\cos x}$.

第十二天

1. 设函数 y = y (x) 由方程$\cos(xy)=x^2y^2$所确定，$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$_______.

2.设 y = y (x) 是由方程$x^2+y=\sin\ x-y$ 确定的隐函数，且 y (0) = 0，则$y''\ 0$ = _______.

3 . 设$f(x)=\begin{cases}(1+x)^{\frac{1}{x}}-\mathrm{e}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0,\end{cases}$则$f'(x)=$_______.

4. 已知$\begin{cases}x=e^t\sin t\\ y=e^t\cos t\end{cases}$，求$\frac{d^2y}{dx^2}$.

5. 设 $x=y^2+y$ ，$u=(x^2+x)^{3/2}$ ，求 $\dfrac{dy}{du}$.

6. 已知 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{g(x)-\cos x}{x} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$，其中 $g(x)$ 有二阶连续导数，且 $g(0)=1$.

（1）确定 a 的值，使 $f(x)$ 在 $x=0$ 点连续；（2）求 $f'(x)$.

7.设 φ（x）在 x=0 可导，$g\quad x\quad=\begin{cases}x^2\cos\dfrac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$，令 F（x）=φ[g（x）]，求 $F'\quad 0$.

答案：1. $-\dfrac{y}{x}$ 2. -1 3. $\begin{cases}(1+x)^{\frac{1}{x}}\dfrac{x-(1+x)\ln(1+x)}{x(1+x)}, & x\neq 0,\\ -\dfrac{\mathrm{e}}{2}, & x=0,\end{cases}$ 4. $\dfrac{d^2y}{dx^2}=-\dfrac{2}{e^t(\cos t+\sin t)^3}$

5. $\dfrac{dy}{du}=\dfrac{2}{3(2y+1)\sqrt{x^2+x}(2x+1)}$.

6. $(1)a=g'(0)$

$$(2)f'(x)=\begin{cases}\dfrac{x[g'(x)+\sin x]-[g(x)-\cos x]}{x^2} & x\neq 0\\ \dfrac{1}{2}(g''(0)+1) & x=0\end{cases}$$

7. $F'\ \ 0\ \ =0$ 提示：$F\ \ x\ \ =\phi\left[g\ \ x\ \ \right]=\begin{cases}\phi\left(x^2\cos\dfrac{1}{x}\right), x\neq 0,\\ \phi\ \ 0\ \ , \quad x=0\end{cases}$

第十三天

1. 设 $y=\dfrac{x+3}{3x-1}$，则 $y^{(n)}=$______.

2. 设 $y=\ln(1+x^2)$，则 $y^{(5)}(0)=$ __________.0

3. 设 $f(x)$ 有任意阶导数且 $f'(x)=f^3(x)$，则 $f^{(n)}(x)=$_____ .

4. 已知 $f(x)=\dfrac{x^2}{1-x^2}$，求 $f^{(n)}(0)$.

5. 设 $y=x\ln x$，求 $f^{(n)}(1)$.

答案： 1. $(-1)^n \cdot 10 \cdot \dfrac{3^{n-1} \cdot n!}{(3x-1)^{n+1}}$

2. 0

3. $f^{(n)}(x) = (2n-1)!!\, f^{2n+1}(x)$

4. 【详解】$f(x) = -1 + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{1-x} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{1+x}$，

$$f^{(n)}(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{n!}{(1-x)^{n+1}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{(-1)^n n!}{(1+x)^{n+1}}，$$

$$f^{(2k+1)}(0) = 0, k = 0,1,2,\cdots \qquad f^{2k}(0) = n!, k = 0,1,\cdots$$

5. $f^{(n)}(1) = -1^{\,n-2}\ n-2\ !$

提示：使用莱布尼兹高阶导数公式

$$f^{(n)}(x) = x \cdot (\ln x)^{(n)} + n(\ln x)^{(n-1)} = x(-1)^{n-1}\frac{(n-1)!}{x^n} + n(-1)^{n-2}\frac{(n-2)!}{x^{n-1}}$$

$$= (-1)^{n-2}(n-2)!\left[\frac{-(n-1)}{x^{n-1}} + \frac{n}{x^{n-1}}\right] = (-1)^{n-2}(n-2)!\frac{1}{x^{n-1}},$$

第十四天

1.设 $f(x)$ 可导，恒正，且 $0<a<x<b$ 时恒有 $f(x)<xf'(x)$，则

（A）$bf(a)>af(b)$.　　（B）$abf(x)>x^2f(b)$.

（C）$af(a)<xf(x)$.　　（D）$abf(x)<x^2f(a)$.

2. 设函数 $f(x)$ 为可导函数，且 $f' \ x$ 严格单调递增，则 $F(x)=\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 在（a，b]内　（　　）

（A）有极大值.　（B）有极小值.　（C）单调减少.　（D）单调递增.

3. 设 f（x）在 x＝0 的邻域内有定义，且 f（0）＝0，$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f \ x}{1-\cos x}=2$，则 f（x）在 x＝0 处（　　）

（A）不可导　（B）可导且 $f' \ 0$ ＝0　（C）取极大值　（D）不取极值

4.设 $f(x)$ 有二阶连续导数，且 f'（0）＝0，$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f'' \ x}{|x|}=1$，则（　　）

（A）$f(x)$ 有极大值

（B）f（0）是 $f(x)$ 的极小值

（C）（0，f（0））是曲线 y＝ $f(x)$ 的拐点

（D）f（0）不是 $f(x)$ 的极值，点（0，f（0））也不是曲线的拐点

5.设 $0<x_1<x_2<\pi$ ，则 $\dfrac{\sin x_1}{\sin x_2}$ 与 $\dfrac{x_1}{x_2}$ 之间的关系是_______.

6.设 $f(x)$ 对一切 x∈（ - ∞， - ∞ ）满足方程 $(x-1)f''(x)+2(x-1)[f'(x)]^3=1-e^{1-x}$ ，

且 $f(x)$ 在 x = a（a≠1）取得极值，则 x = a 是极_______值点.

7. 求函数 $y=(x-5)\sqrt[3]{x^2}$ 的单调性区间与极值点。

8. 设 $a>0$ ，求 $f(x)=\dfrac{1}{1+|x|}+\dfrac{1}{1+|x-a|}$ 的最大值。

答案：1. （C）2. （D）3. （B）4. （B）

5. $\dfrac{\sin x_1}{\sin x_2}>\dfrac{x_1}{x_2}$

6. x = a 是极小值点

7. 单调增加区间：$(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$ ；单调减少区间：(0，2)；极小值点 $x=2$ ，极大值点 $x=0$.

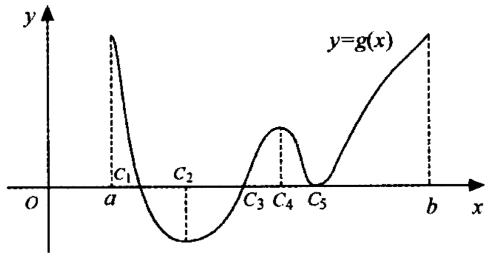
8. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 的最大值 $\dfrac{2+a}{1+a}$.

提示： $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续且可写成如下分段函数

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+a-x}, & x\le 0,\\ \dfrac{1}{1+x}+\dfrac{1}{1+a-x}, & 0\le x\le a,\\ \dfrac{1}{1+x}+\dfrac{1}{1+x-a}, & x\ge a,\end{cases}\Rightarrow f'(x)\begin{cases}\dfrac{1}{(1\text{-}x)^2}+\dfrac{1}{(1+a-x)^2}, & x<0,\\ -\dfrac{1}{(1+x)^2}+\dfrac{1}{(1+a-x)^2}, & 0<x<a,\\ -\dfrac{1}{(1+x)^2}-\dfrac{1}{(1+x-a)^2}, & x>a.\end{cases}$$

第十五天

1. $f(x)$为二阶可导函数. 设当x∈（a，b）时，$f'\ x$ =g（x），而 y=g（x）的图形如图所示，则 y=f（x）在（a，b）内（　　）



（A）有 3 个极值点，2 个拐点.　　（B）有 3 个极值点，3 个拐点.

（C）有 2 个极值点，3 个拐点.　　（D）有 2 个极值点，2 个拐点.

2. $f(x)$二阶可导，f（π）=0，$f''\ \pi\ >0$，x=π 是 $f(x)$的极值点，g（x）=f（x）cosx，则 （ ）

（A）不能确定 x=π 是否为 g（x）的极值点

（B）x=π 不是 g（x）的极值点

（C）x=π 是 g（x）的极小值点

（D）x=π 是 g（x）的极大值点

3. 设 $f(x)$在(a,b)定义，$x_0\in(a,b)$，则下列命题中正确的是（ ）

（A）若 $f(x)$在(a,b)单调增加且可导，则 $f'(x)>0\big(x\in(a,b)\big)$.

（B）若$\big(x_0, f(x_0)\big)$是曲线 $y=f(x)$的拐点，则 $f''(x_0)=0$.

（C）若 $f'(x_0)=0, f''(x_0)=0, f'''(x_0)\neq 0$，则 x_0一定不是 $f(x)$的极值点.

（D）若 $f(x)$在 $x=x_0$处取极值，则 $f(x_0)=0$.

4. 曲线 $y=x+6e^{\frac{1}{x}}$ （ ）

（A）有铅直渐近线 （B）有水平渐近线

（C）既有铅直渐近线又有水平渐近线 （D）仅有斜渐近线

5. 曲线 $y=\frac{9}{14}x^{\frac{1}{3}}\left(x^2-7\right)(-\infty<x<+\infty)$ 的拐点是____________.

6. 曲线 $y=3x+\frac{\ln x}{2x}+1$ 的渐近线方程为____________.

7. 求函数 $y=\frac{2x^2}{(1-x)^2}$ 的单调性区间，极值点，凹凸性区间与拐点.

8. 作函数 $y=\frac{\ln x}{x}$ 的图形.

答案：1. （C）2. （D）3. （C）4. （A）5. $(0,0)$ 6. $y=3x+1$

7. 单调增区间 $(0,1)$; 单调减区间 $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$; 极小值点

$x=0$. 凹区间 $\left(-\frac{1}{2},1\right)\cup(1,+\infty)$, 凸区间 $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$; 拐点 $\left(-\frac{1}{2},\frac{2}{9}\right)$.

8. 【解】 定义域：$x>0$.

（Ⅰ）$y'=\frac{1-\ln x}{x^2}$, $y'=0$ 得 $x=\mathrm{e}$, $\quad y'\begin{cases}>0, & 0<x<\mathrm{e},\\ <0, & x>\mathrm{e}.\end{cases}$

$y''=\frac{-x-2x(1-\ln x)}{x^4}=\frac{-3+2\ln x}{x^3}$, $y''=0$ 得 $x=\mathrm{e}^{\frac{3}{2}}$, $\quad y''\begin{cases}<0, & 0<x<\mathrm{e}^{\frac{3}{2}},\\ >0, & x>\mathrm{e}^{\frac{3}{2}}.\end{cases}$

x	$(0,e)$	e	$(e,e^{\frac{3}{2}})$	$e^{\frac{3}{2}}$	$(e^{\frac{3}{2}},+\infty)$
y'	+	0	−	−	−
y''	−	−	−	0	+
y	↗	极大值	↘	拐点	↘

（Ⅱ）渐进线：只有间断点 $x=0$. 由 $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{x}=-\infty$ 可知，有垂直渐进线 $x=0$;

由 $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=$ 可知，有水平渐进线 $y=0$。图形略。