《数学分析》考试大纲

一、考试题型

1、叙述证明题

2、计算题

3、综合题

二、考试参考用书

《数学分析》，华东师范大学数学系编，高等教育出版社，2010，第四版。

三、考试内容

第一章 实数集与函数

1、掌握实数的绝对值与不等式的概念与基本性质；

2、理解确界的定义和确界原理；

3、理解和掌握函数的概念和性质；理解初等函数与非初等函数的定义；

4、理解和掌握函数的各种表示法；

5、会分析函数的有界性、单调性、奇偶性和周期性。

第二章　数列极限

1、理解数列极限的“$\varepsilon - N$”定义和基本性质；会用数列极限的“$\varepsilon - N$”定义证明数列极限；

2、理解数列极限不存在的意义；

3、会运用极限的四则运算法则、单调有界定理、柯西收敛准则、迫敛性等讨论极限问题；

4、会用柯西收敛定理证明极限不存在。

第三章　函数极限

1、掌握当$x \to x_0$；$x \to \infty$；$x \to +\infty$；$x \to -\infty$；$x \to x_0^+$；$x \to x_0^-$时函数极限的分析定义，并且会用函数极限的分析定义证明和计算较简单的函数极限；

2、掌握函数极限的唯一性，有界性，保号性，保不等式性，迫敛性，四则运算法则，并会用这些性质计算函数的极限；

3、掌握函数极限的归结原则，理解函数极限的柯西准则；

4、掌握$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$的证明方法，利用两个重要极限计算函数极限与数列极限；

5、掌握无穷小量与无穷大量以及阶的概念，并用分析定义证明无穷小量与无穷大量。在计算及证明中，熟练使用“o”与“O”。

第四章　函数的连续性

1、掌握函数连续性概念，可去间断点，跳跃间断点，第二类间断点，区间上连续函数的定义；

2、掌握函数局部性质概念，可去间断点，跳跃间断点，第二类间断点；

3、了解闭区间上连续函数的性质；

4、掌握初等函数的连续性；

5、深入理解一致连续性的概念；

6、掌握指数函数的严格定义。

第五章　导数与微分

1、掌握函数在一点处的导数是差商极限，了解导数的几何意义，理解费马定理；

2、熟练掌握求导法则和熟记基本初等函数的求导公式；

3、熟练掌握参变量函数的导数的求导法则；

4、掌握高阶导数的定义，能够计算给定函数的高阶导数；

5、掌握微分的概念，微分的运算法则，一阶微分形式的不变性；

6、理解达布定理；

7、理解并掌握参变量函数的二阶导数的求导公式。

第六章　微分中值定理及其应用

1、掌握罗尔中值定理和拉格朗日中值定理，会用导数判别函数的单调性；

2、了解柯西中值定理，掌握用洛必达法则求各种不定式极限；

3、了解带佩亚诺余项和带拉格朗日余项的泰勒公式、麦克劳林公式，熟记六个常见函数的麦克劳林公式；

4、掌握函数极值的第一、二充分条件；

5、会求闭区间上连续函数的最值及应用；掌握函数的凸性与拐点的概念，应用函数的凸性证明不等式；

6、应用函数的凸性证明不等式。

第七章　实数的完备性

了解六个基本定理，能准确加以表述。

第八章　不定积分

1、深刻理解不定积分的概念，掌握原函数与不定积分的概念及其之间的区别；

2、掌握不定积分的线性运算法则，熟练掌握不定积分的基本积分公式；

3、熟练掌握第一、二换元积分法与分部积分法；有理函数的不定积分；

4、掌握三角函数有理式的不定积分；某些无理根式的不定积分。

第九章　定积分

1、掌握定积分的定义、定积分的几何意义和物理意义；

2、熟练掌握和应用牛顿-莱布尼茨公式；

3、掌握可积的条件；掌握定积分的基本性质和积分第一中值定理；

4、了解变限定积分的概念；会求变限积分的导数；掌握微积分学基本定理和换元积分法及分部积分法；

5、应用定积分的几何意义或者利用函数的奇偶性计算定积分。

第十章　定积分的应用

1、掌握微元法的基本步骤；并能用微元法将某些几何、物理等实际问题化成定积分；

2、熟练应用本章给出的公式计算平面图形面积（包括参量方程及极坐标方程定义的平面图形）、平面曲线的弧长（直角坐标系、参数方程、极坐标系)、旋转曲面的体积和侧面积(包括求由参数方程定义的旋转曲面)；

3、了解曲率的概念；会求液体静压力、引力、功与平均功率的计算公式。

第十一章　反常积分

1、了解无穷积分与瑕积分的概念以及敛散性的定义；

2、掌握无穷积分与瑕积分的性质以及敛散性的判别。

第十二章　数项级数

1、了解数项级数收敛性的定义和基本性质；

2、掌握正项级数敛散性的判别方法；

3、掌握条件收敛和绝对收敛的定义；

4、掌握一般项级数收敛性的判别方法；

5、熟记常用的级数判别法和常用级数的敛散性。

第十三章　函数列与函数项级数

1、掌握函数序列与函数项级数收敛与一致收敛性的定义，函数序列与函数项级数一致收敛性判别的柯西准则，函数项级数一致收敛性的魏尔斯特拉斯判别法；

2、掌握一致收敛函数序列与函数项级数的连续性，可积性和可微性的证明；

3、掌握狄利克雷判别法和阿贝尔判别法。

第十四章　幂级数

1、掌握幂级数收敛半径、收敛区间和收敛域的定义与求法，掌握在幂级数的收敛域内求和的方法；

2、掌握将初等函数展开为泰勒级数和麦克劳林级数的方法。

第十五章　傅里叶级数

1、了解三角级数和傅里叶级数定义，掌握傅里叶级数的收敛定理；

2、能够展开比较简单的函数的傅里叶级数；

3、掌握以 $2l$ 为周期的函数的傅里叶级数展开的基本方法；

4、掌握将函数展开为正弦级数或余弦级数的方法。

第十六章　多元函数的极限与连续

1、解平面上点的邻域、、内点、外点、界点等概念；开集、闭集、开域、闭域的定义，以及 R^2 的完备性，掌握二元及多元函数的定义；

2、掌握二元函数的极限的定义，了解重极限与累次极限的区别与联系，熟悉判别极限存在性的基本方法；

3、掌握二元函数的连续性的定义，了解有界闭域上连续函数的性质；

4、掌握重极限与累次极限的区别与联系，能用来处理极限存在性问题；

5、掌握有界闭域上连续函数性质的证明要点。

第十七章　多元函数微分学

1、了解多元函数偏导数，可微性与全微分的定义，熟记可微的必要与充分条件；

2、掌握复合函数求导的链式法则；掌握方向导数与梯度的定义，掌握方向导数与梯度的计算；

3、掌握二元函数的高阶偏导数与泰勒公式的定义，能够根据二元函数的极值的必要条件与充分条件寻找二元函数的极值与最大(小)值；

4、掌握切平面存在定理的证明；

5、掌握链式法则的证明和理解一阶全微分形式不变性；

6、掌握混合偏导数与求导次序无关的定理的证明。

第十八章　隐函数定理及其应用

1、掌握隐函数存在的条件，理解隐函数定理的证明要点；

2、学会隐函数求导法；掌握隐函数组和反函数组存在的条件，学会隐函数组和反函数组求导法；

3、能够写出平面曲线的切线与法线方程，空间曲线的切线与法平面方程以及曲面的切平面与法线方程；

4、了解拉格朗日乘数法的证明，掌握用拉格朗日乘数法求条件极值的方法；

5、会用条件极值的方法证明或构造不等式。

第十九章　含参量积分

1、熟练掌握含参量正常积分的导数的计算公式；

2、掌握含参量正常积分的导数的连续性、可微性和可积性定理的证明过程和方法；

3、掌握含参量反常积分的一致收敛性及其判别法，含参量反常积分的性质，以及含参量反常积分的魏尔斯特拉斯判别法；

4、掌握和应用狄里克雷判别法和阿贝尔判别法。

第二十章　曲线积分

1、握第一型曲线积分的定义，性质和计算公式；

2、掌握第二型曲线积分的定义和计算公式，了解第一、二型曲线积分的联系差别。

第二十一章　重积分

1、掌握二重积分的定义和性质、可积条件；

2、掌握二重积分化为累次积分的方法和累次积分的积分次序的交换公式；

3、掌握格林公式以及曲线积分与路线无关的条件，理解格林公式以及曲线积分与路线无关的条件的定理的证明，学会用格林公式以及曲线积分与路线无关的条件计算曲线积分；

4、了解二重积分的一般的变量变换公式，掌握二重积分的极坐标变换；掌握三重积分的定义和性质，熟练掌握化三重积分为累次积分，及用柱面坐标变换和球面坐标变换计算三重积分的方法；

5、掌握曲面面积的计算公式，了解物体重心的计算公式，转动惯量的计算公式和引力的计算公式。

第二十二章　曲面积分

1、掌握第一型曲面积分定义和用显式方程表示的曲面的第一型曲面积分计算公式；

2、掌握用显式方程的第二型曲面积分的定义和计算公式；

3、学会用高斯公式计算第二型曲面积分，用斯托克斯公式计算第二型曲线积分；

4、懂得高斯公式与斯托克斯公式证明思路，掌握沿空间曲线的第二型积分与路径无关的条件。