江西理工大学

2015 年硕士研究生入学考试试题

考试科目代码及名称： 601 高等数学（B）

要求：答案一律写在考点发放的答题纸上，写在试题上无效。

一、 填空题：（每小题 4 分，共 40 分）

1．$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{x^2-9}=$______1______.

2、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x\sin x}$______2______.

3、函数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2-2x+1}$ 的间断点为______3______.

4、函数 $f(x)=x^2\sin x$ 的导数 $f'(x)=$______4______.

5、$\int e^{\sqrt{x}}dx=$______5______.

6、曲线 $y=x^2$ 与 x 轴及直线 $x=1$ 所围图形的面积为______6______.

7、微分方程 $y'=2x^2y$ 的通解为______7______.

8、设 $z=\arctan\dfrac{x}{y}$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$______8______.

9、已知 $\vec{a}=\{3,5,-2\},\vec{b}=\{2,1,4\}$，则 $\vec{a}\times\vec{b}=$______9______.

10、$\int_{-1}^{1}(\dfrac{x}{1+x^2}+\sqrt{1-x^2})dx$______10______.

二、 计算下列各题：（每小题 5 分，共 50 分）

1、$\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$；

2、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x(e^{t^2}-1)dt}{x^3}$；

3、$y=x^2e^{2x}$，求 dy；

4、求 $y=x^{\sin x}(x>0)$ 的导数；

5、$\int\frac{dx}{1+\cos^2 x}$；　　6、$\int \arcsin x dx$；

7、$\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$；　　8、$\int_0^1\sqrt{2x-x^2}dx$ ；

9、求方程 $y''+5y'+4y=0$ 的通解；

10、$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^5 x\cos x dx$.

三、$z=f[x^2-y,\varphi(xy)]$，其中 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，$\varphi(u)$ 二阶可导，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.(8 分)

四、证明五次代数方程 $x^5-3x+1=0$ 在开区间（0，1）内至少有一个实根.(8 分)

五、计算 $\iint\limits_D |y-x^2|dxdy$,其中 D 为 $-1\le x\le 1,\ 0\le y\le 1$.(8 分)

六、$\begin{cases}x=\ln(1+t^2)\\ y=t-\arctan t\end{cases}$，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.(8 分)

七. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续,在 $(0,1)$ 内可导,且 $f(0)=f(1)=0$, 证明至少存在一点 $\xi\in(0,1)$, 使得 $f'(\xi)+2f(\xi)=0$.(8 分)

八、描绘函数 $y=\frac{1}{5}(x^4-6x^2+8x+7)$ 的图形. (10 分)

九、证明：当 $x>0$ 时，$e^x-1>(1+x)\ln(1+x)$.(10 分)