

华南理工大学

2016 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

(试卷上做答无效, 请在答题纸上做答, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 量子力学

适用专业: 凝聚态物理

共 2 页

本试卷共 5 大题, 每题 30 分, 总分 150 分

1.

(1) 对自由粒子, 下面哪些力学量是守恒量, 并给出证明。

(a) 动量, (b) 能量, (c) 角动量, (c) 角动量平方, (d) 宇称

(2) 在变分法近似理论中, 证明对任意选择的归一化试探波函数 ψ , H 的期望值必高于基态能量。

2. 一质量为 m 的粒子在如下势阱中运动:

$$V(x, y, z) = V(x) + V(y) + V(z)$$

$$V(x) = \begin{cases} -V_0, & \text{如果 } |x| \leq a/2 \\ 0, & \text{如果 } |x| > a/2 \end{cases}$$

$$V(y) = \begin{cases} -V_0, & \text{如果 } |y| \leq b/2 \\ 0, & \text{如果 } |y| > b/2 \end{cases}$$

$$V(z) = \begin{cases} -V_0, & \text{如果 } |z| \leq c/2 \\ 0, & \text{如果 } |z| > c/2 \end{cases}$$

求 $-V_0 < E < 0$ 下的能量本征值和本征函数。

3. 有一个定域电子, 只考虑自旋, 它受到均匀磁场的作用, 磁场 B 指向正 x 方向。磁作用势为

$$H = \frac{eB}{\mu c} s_x = \frac{e\hbar B}{2\mu c} \sigma_x,$$

设 $t=0$ 时电子的自旋“向上”, 即 $s_z = \frac{\hbar}{2}$, (1) 用含时薛定谔方程求 $t>0$ 时的波函数

$\chi(t)$; (2) 求在 $\chi(t)$ 状态下自旋的三个方向分量 s_x, s_y, s_z 的平均值。

4. 电荷为 q 的自由谐振子，能量算符为 $H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ ，能量本征函数记为

$\psi_n^{(0)}(x)$ ，能量记为 $E_n^{(0)}$ 。如外加均匀电场 ε ，使总能量算符变成

$H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - q\varepsilon x$ ，新的能级记为 E_n ，本征函数记为 $\psi_n(x)$ 。用微扰法或严

格解求解 $\psi_n(x)$ 和 E_n ，并将 $\psi_n(x)$ 用 $\psi_n^{(0)}(x)$ 表示出来。

5. (a) 写出两个无相互作用的全同费米子处于 $0 \leq x_1 \leq a$, $0 \leq x_2 \leq a$ 的无限深方势阱

时的哈密顿量。(b) 不考虑自旋，给出系统基态，第一激发态和第二激发态的波函数，能量本征值，并确定其简并度。

(已知单粒子态为 $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$, $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$)