

安徽师范大学

2016 年招收硕士研究生考题

科目名称: 数学分析 科目代码: 601

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本考题纸上的无效!

一、(18分) 求: (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!} \right)$;

(2) $\frac{d^n(\arctan x)}{dx^n}$.

二、(12分) 设 $x_n = \frac{n-1}{n+1} \cos \frac{2n\pi}{3}$, $n=1, 2, \dots$, 求 $\inf\{x_n\}$, $\sup\{x_n\}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$.

三、(10分) 判断数列 $\left\{ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ 的敛散性, 并求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \right)$.

四、(10分) 若严格单增数列 $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = +\infty$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1} - x_n}{y_{n+1} - y_n} = a$,

求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n}$.

五、(15分) 考察函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ 在 $(0, \pi)$ 上的一致连续性.

六、(10分) 求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \tan \frac{x}{2^n}$.

七、(10分) 设 $x > 0, y > 0, \beta > \alpha > 0$, 证明 $(x^\alpha + y^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} > (x^\beta + y^\beta)^{\frac{1}{\beta}}$.

八、(10分) 求 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处的各阶导数.

考生请注意：答案必须写在答题纸上，写在本考题纸上的无效！

九、(15分) 求摆线 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ 的曲率半径.

十、(15分) 求内摆线 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ 所围图形面积.

十一、(10分) 求 $f(x) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin((1-x^2)y)}{y} dy$ 间断点的类型.

十二、(15分) 计算 $\iint_{\Sigma} \frac{dydz}{x} + \frac{dzdx}{y} + \frac{dxdy}{z}$, 其中 Σ 为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 的外表面.