管理类联考初数强化讲义

课程配套讲义是学习的必备资源，帮帮为大家精心整理了高质量的配套讲义，确保同学们学习的方便与高效。该讲义是帮帮结合大纲考点及考研辅导名师多年辅导经验的基础上科学整理的。内容涵盖考研的核心考点、复习重点、难点。结构明了、脉络清晰，并针对不同考点、重点、难点做了不同颜色及字体的标注，以便同学们复习时可以快速投入、高效提升。

除课程配套讲义外，帮帮还从学习最贴切的需求出发，为大家提供以下服务，打造最科学、最高效、最自由的学习平台：

服务项目	服务内容
名师高清视频课	零距离跟名师学习，精讲考点，突出重点，拿下难点，掌握方法
习题+月考+模考	精选配套习题，灵活自测，查缺补漏，时时提升
真题视频解析	精选整理了近十几年的真题+答案，视频详解近五年真题
复习规划指导	名师零距离直播/录播指导全程考研复习规划
24 小时内答疑	24 小时内详尽解答您复习中的疑点难点，确保学习无阻碍

把青春托付给值得信任的平台！

祝：复习愉快，天天高效，考研成功！

PS:讲义中的不足之处，欢迎各位研研批评指正，我们将竭尽所能追求更好！

目录

第一章 实数、绝对值、比和比例

【题型 1】有理数、无理数

【思路点拨】首先要能根据特征辨别有理数与无理数，其次对无理式进行配方化简，并能求出无理数的整数部分和小数部分.

【例 1】已知 x 是无理数，且 $(x+1)(x+3)$ 是有理数，则下列叙述有几个正确：（1） x^2 是有理数;（2） $(x-1)(x-3)$ 是无理数;（3） $(x+2)^2$ 是有理数;（4） $(x-1)^2$ 是无理数.

（A）2　（B）3　（C）4　（D）1　（E）0

【答案】B

【例 2】设整数 a、m、n 满足 $\sqrt{a^2-4\sqrt{2}}=\sqrt{m}-\sqrt{n}$，则 $a+m+n$ 的取值有几种？（　　）

（A）2　（B）3　（C）4　（D）1　（E）无数种

【答案】A

【题型 2】整数的除法

【思路点拨】掌握数的除法等式:

被除数÷除数=商⋯余数 $\Rightarrow$ 被除数=除数×商+余数.当余数为 0 时,称为整除.

【例 1】若 n 是一个大于 100 的正整数，则 n^3-n 一定有约数（　　）

（A）5　（B）6　（C）7　（D）8　（E）12

【答案】B

【例 2】正整数 N 的 8 倍与 5 倍之和，除以 10 的余数为 9，则 N 的最末一位数字为（　　）

（A） 2　（B）3　（C） 5　（D） 9　（E） 7

【答案】B

【例 3】1531 除以某质数，余数得 13，这个质数是（　　）

（A ）7　（B） 2　（C ） 4　（D） 5　（E） 8

【答案】D

【题型 3】余数

【思路点拨】余数可以分为两大类，一类是同余，一类是不同余. 对于同余问题，可以转化为整除分析.

【例 1】一个盒子装有不多于 200 颗糖，每次 2 颗，3 颗，4 颗或 6 颗的取出，最终盒内都只剩下一颗糖，如果每次以 11 颗的取出，那么正好取完，则盒子里共有 m 颗糖,m 的各个数

位之和为多少？（　　）

（A）8　　（B）10　　（C）4　　（D）12　　（E）6

【答案】C

【例 2】一个自然数被 2 除余 1，被 3 除余 2，被 5 除余 4，满足此条件的介于 100-200 的自然数有几个？（　　）

（A）2　　（B）3　　（C）4　　（D）5　　（E）6

【答案】B

【题型 4】循环小数

【思路点拨】把纯循环小数化成分数，并不像有限小数那样，用 10、100、1000 等做分母，而要用 9、99、999 等这样的数做分母，其中“9”的个数等于一个循环节数字的个数；一个循环节的数字所组成的数，就是这个分数的分子.

【例 1】纯循环小数 $0.\dot{a}b\dot{c}$ 写成最简分数时，分子与分母之和是 58，这个循环小数是（　　）

（A）$0.\dot{5}6\dot{7}$　　（B）$0.\dot{5}3\dot{7}$　　（C）$0.\dot{5}1\dot{7}$　　（D）$0.\dot{5}6\dot{9}$　　（E）$0.\dot{5}6\dot{2}$

【答案】A

【例 2】$0.\dot{a}b\dot{c}$ 是一个纯循环小数（a,b,c 表示数字），已知小数点右边前 1000 位上，各数字之和是 4664，且字母 a,b,c 中表示的数字有两个是相等的.求 a,b,c 的乘积为（　　）

（A）72　　（B）76　　（C）64　　（D）56　　（E）84

【答案】A

【题型 5】非负性的应用

【思路点拨】主要考察根号内的表达式要求为非负的，当根号里面的表达式互为相反数时，则这个数必然为零.

【例1】　设 x、y、z 满足 $\left|3x+y-z-2\right|+\left(2x+y-z\right)^2=\sqrt{x+y-2002}+\sqrt{2002-x-y}$，试求 $x+y+z$ 的值.

（A）4006　　（B）4004　　（C）4012　　（D）4016　　（E）4002

【答案】A

【题型 6】绝对值的几何意义

【思路点拨】绝对值的几何意义：一个数的绝对值，是数轴上表示它的点到原点的距离．两个数的差的绝对值的几何意义：$|a-b|$ 表示在数轴上，数 a 和数 b 之间的距离．

【例 1】已知$\frac{8x+1}{12}-1\le x-\frac{x+1}{2}$，关于$|x-1|-|x-3|$的最值，下列说法正确的是（　　）

（A）最大值为 1，最小值为-1　　（B）最大值为 2，最小值为-1

（C）最大值为 2，最小值为-2　　（D）最大值为 1，最小值为-2

（E）无最大值和最小值

【答案】D

【题型 7】考察三角不等式的应用

【思路点拨】根据三角不等式$|a|-|b|\le|a\pm b|\le|a|+|b|$进行分析解题，是每年考试的重点，难点和热点问题，处理方法可以从绝对值的运算法则、性质或绝对值的几何意义入手，也可以用分类后画图像的方法处理.注意三角不等式推广，有限个实数之和的绝对值不大于它们的绝对值之和.

【例 1】已知$|2x-a|\le 1$，$|2x-y|\le 1$，则$|y-a|$的最大值为（　　）

（A）1　（B）3　（C）2　（D）4　（E）4002

【答案】C

【例 2】已知$x\in[2,5]$，$|a|=5-x$，$|b|=x-2$ 则$|b-a|$的取值范围是（　　）

（A）$[-3,5]$　（B）$[0,5]$　（C）$[1,3]$　（D）$[3,5]$　（E）$[0,3]$

【答案】E

【例 3】已知$|a|\ne|b|, m=\frac{|a|-|b|}{|a-b|}, n=\frac{|a|+|b|}{|a+b|}$,则$m,n$之间的关系（　　）

$(A)m>n$　$(B)m<n$　$(C)m=n$　$(D)m\le n$　(E)无法确定

【答案】D

【题型 8】比例定理

【思路点拨】主要掌握合分比与等比定理的应用. 在比例运算中，要注意的是分母保证有意义，所以不要忘记讨论分母的取值情况.

【例 1】若非零实数 a，b，c，d 满足等式$\frac{a}{b+c+d}=\frac{b}{a+c+d}=\frac{c}{a+b+d}=\frac{d}{a+b+c}=n$，则$n$的值为（　　）

（A）-1或$\frac{1}{4}$　（B）$\frac{1}{3}$　（C）$\frac{1}{4}$　（D）-1　（E）-1或$\frac{1}{3}$

【答案】E

【题型 9】利用平均值定理求最值

【思路点拨】先验证给定函数是否满足最值三条件：（1）各项均为正，（2）乘积（或者和）为定值，（3）等号能否取到；然后利用平均值公式求出最值. 可总结为口诀“一正二定三相等”.

【例 1】求函数 $y=3x+\dfrac{4}{x^2}\ (x>0)$ 的最小值为（　　）

（A）$3\sqrt[3]{9}$　（B）$2\sqrt[3]{9}$　（C）$\sqrt[3]{9}$　（D）$4\sqrt[3]{9}$　（E）6

【答案】A

第二章 应用题

【题型 1】路程问题（圆圈型）

【思路点拨】强化题型主要掌握多次往返相遇问题及圆圈型路程问题. 对于多次往返相遇问题，主要抓住两人的路程之和关系进行分析；对于圆圈型的路程，要分为同向和反向两类，借助两人路程之差或之和进行分析.

【例 1】客车、货车、卡车三辆车，客车每小时行 60 千米，货车每小时行 40 千米，卡车每小时行 50 千米. 客车、货车从东镇，卡车从西镇，同时相向而行，卡车遇上客车后，10 小时后又遇上了货车. 东西两镇相距多少千米？

（A）333 （B）330 （C）990 （D）1980 （E）495

【答案】C

【例 2】小张、小明两人同时从甲、乙两地出发相向而行，两人在离甲地 40 米处第一次相遇，相遇后两人仍以原速继续行驶，并且在各自到达对方出发点后立即沿原路返回，途中两人在距乙地 15 米处第二次相遇.甲、乙两地相距多少米？

（A）80 （B）90 （C）100 （D）105 （E）120

【答案】D

【例 3】甲乙两人从同一起跑线上绕 300 米跑道跑步, 甲每秒跑 6 米，乙每秒跑 4 米. 问第二次在起跑线追上乙时甲跑了几圈？

（A）4 （B）6 （C）8 （D）10 （E）12

【答案】B

【例 4】在周长为 400 米的圆形跑道的一条直径的两端，甲、乙两人分别以每秒 6 米和每秒 4 米的速度骑自行车同时同向出发（顺时针）沿圆周行驶，经过多长时间，甲第二次追上乙？

（A）300 （B）320 （C）280 （D）270 （E）240

【答案】A

【题型 2】工程问题（进水放水问题、牛吃草问题）

【思路点拨】强化题型主要掌握效率出现正负的问题. 对于进水放水问题，先求出放水管和进水管的效率，然后得到总效率，进而得到时间. 对于牛吃草问题，先求出牛吃草和草生长的效率，再根据总效率求出时间.

【例 1】一项工程，甲、乙、丙三人合作需要 13 天完成。如果丙休息 2 天，乙就要多做 4 天，或者由甲、乙两人合作 1 天。问这项工程由甲单独做需要多少天？

（A）22 （B）24 （C）26 （D）28 （E）20

【答案】C

【例 2】一个水池，上部装有若干同样粗细的进水管，底部装有一个常开的排水管，当打开 4 个进水管时，需要 4 小时才能注满水池；当打开 3 个进水管时，需要 8 小时才能注满水池；现在需要 2 小时注满水池，至少需要打开进水管（　　）

（A）8 个 （B）7 个 （C）6 个 （D）5 个 （E）4 个

【答案】C

【题型 3】浓度问题

【思路点拨】强化题型主要掌握溶剂置换溶液、多次蒸发、多次混合溶液问题. 对于浓度多次变化问题，可以借助比例变化的方法进行求解，找到不变的因素，统一比例思考.

【例 1】一瓶浓度为 20%的消毒液倒出 2/5 后，加满清水，再倒出 2/5 后，又加满清水，此时消毒液的浓度为

（A）7.2%　　（B）3.2%　　（C）5.0%　　（D）4.8%　　（E）3.6%

【答案】A

【例 2】一种溶液，蒸发掉一定量的水后，溶液的浓度为 10%；再蒸发掉同样多的水后，溶液的浓度变为 12%；第三次蒸发掉同样多的水后，溶液的浓度变为（　　）

（A）14%　　（B）17%　　（C）16%　　（D）15%　　（E）18%

【答案】D

【例 3】甲杯中有纯酒精 12 克，乙杯中有水 15 克，第一次将甲杯中的部分纯酒精倒入乙杯，使酒精与水混合. 第二次将乙杯中的部分混合溶液倒入甲杯，这样甲杯中纯酒精含量为 50%，乙杯中纯酒精含量为 25%. 问第二次从乙杯倒入甲杯的混合溶液是多少克?

（A）13　　（B）14　　（C）15　　（D）16　　（E）17

【答案】B

【题型 4】分段计费

【思路点拨】对于分段计费问题，关键掌握两点：一是确定每段的边界值，来判断所给数值录入的区间；二是选取对应的计费表达式进行运算.

【例 1】国家规定税务部门规定个人稿费纳税办法是：不超过 800 元的不纳税，超过 800 而不超过 4000 元的按超过 800 元部分的 14％纳税，超过 4000 元的按全稿酬的 11％纳税.已知甲纳税 550 元，乙纳税 420 元，则两人稿酬相差多少元？

（A）900　　（B）1050　　（C）1200　　（D）1250　　（E）1300

【答案】C

【例 2】某市用水价格为：每户每月不超过 5 吨的部分按 4 元/吨收取，超过 5 吨不超过 10 吨的部分按 6 元/吨收取，超过 10 吨的部分按 8 元/吨收取.某户居民两个月共交水费 108 元，则该户居民这两个月用水总量最多为多少吨?

（A）21　　（B）24　　（C）17.25　　（D）21.33　　（E）22

【答案】A

【例 3】某公司按照销售人员营业额的不同，分别给予不同的销售提成，其提成规定如下. 某员工在 2012 年 4 月份所得提成 770 元,则该员工该月的销售额为（　　）元.

销售额（元）	提成率（%）
不超过 10000	0
10000-15000	2.5
15000-20000	3
20000-30000	3.5
30000-40000	4
40000 以上	5

（A）33125　　（B）26625　　（C）32625　　（D）33625　　（E）33525

【答案】D

【题型 5】集合问题

【思路点拨】对于两个集合，公式为 $A\cup B=A+B-A\cap B$；对于三个集合，公式为 $A\cup B\cup C=A+B+C-(A\cap B+B\cap C+A\cap C)+A\cap B\cap C$.

【例 1】某单位有 90 人，其中 65 人参加外语培训，72 人参加计算机培训，已知参加外语培训而未参加计算机培训的有 8 人，则参加计算机培训而未参加英语培训的人数是（　　）

（A）5　（B）8　（C）10　（D）12　（E）15

【答案】E

【例2】某公司员工有200人，每人至少参加一项培训，参加数学、外语、会计培训的人数分别为130、110、90，只参加数学和外语的有35人，只参加数学和会计的有30人，只参加外语和会计的有25人。求三个都参加的人数。

（A）10人　（B）13人　（C）15人　（D）20人　（E）16人

【答案】D

【例 15】某公司的员工中，参加数学、外语、会计培训的人数分别为 130、110、90，又知只参加一种培训的人数为 140，三个都参加的人数为 30，则恰参加两个的人数为（　　）

（A）45　（B）50　（C）52　（D）65　（E）100

【答案】B

【题型 6】不定方程

【思路点拨】列方程解应用题，一般都是未知数个数与方程的个数一样多.但如果方程（组）中未知数的个数多于方程的个数，此方程（组）称为不定方程（组）.不定方程一般有无数解，但是结合题意，实际只要我们求出无数解中的特殊解，往往是求整数解. 有时还要加上其他限制，这时的解就是有限和确定的了.考试中主要是涉及整系数不定方程的整数解，<u>一般要借助整除、奇数偶数、范围等特征来确定数值.</u>

【例 1】在年底的献爱心活动中，某单位共有 100 人参加捐款，经统计，捐款总额是 19000 元，个人捐款数额有 100 元，500 元和 2000 元三种。该单位捐款 500 元的人数为（　　）

(A)13　(B)18　(C)25　(D)30　(E)38

【答案】A

【例 2】若 1 只兔子可换 2 只鸡，2 只兔子可换 3 只鸭，5 只兔子可换 7 只鹅.某人用 20 只兔子换得鸡鸭鹅共 30 只，并且鸭和鹅各至少 8 只.问鸡与鸭的总和比鹅多几只？

(A)1　(B)2　(C)3　(D)4　(E)5

【答案】B

【题型 7】线性规划

【思路点拨】线性规划应用非常广泛，解决的问题是：在资源的限制下，如何使用资源来完成最多的生产任务；或是给定一项任务，如何合理安排和规划，能以最少的资源来完成.如常见的任务安排问题、配料问题、下料问题、布局问题、库存问题.

解线性规划应用题步骤：

（1）设出决策变量，找出线性约束条件和线性目标函数；

（2）利用图象在线性约束条件下找出决策变量，使线性目标函数达到最大（或最小）.

【例 1】某公司有 60 万元资金，计划投资甲、乙两个项目，按要求对项目甲的投资不小于对项目乙投资的 $\dfrac{2}{3}$ 倍，且对每个项目的投资不能低于 5 万元，对项目甲每投资 1 万元可获得 0.4 万元的利润，对项目乙每投资 1 万元可获得 0.6 万元的利润，该公司正确规划投资后，在这两个项目上共可获得的最大利润为多少万元？

（A）36　（B）31.2　（C）30.4　（D）24　（E）28

【答案】B

【例 2】汽车公司有两家装配厂，生产甲、乙两种不同型号的汽车. 已知 A 厂每小时可完成 1 辆甲型车和 2 辆乙型车；B 厂每小时可完成 3 辆甲型车和 1 辆乙型车. 欲制造 40 辆甲型车和 20 辆乙型车，问这两家工厂各工作几小时，才能使所费的总工作时数最少？

（A）4,12　（B）6,8　（C）5,11　（D）4,10　（E）6,10

【答案】A

【题型 8】至少至多问题

【思路点拨】在分析某对象至少（至多）时，可转化为其余部分最多（最少）来分析.

【例 1】五名选手在一次数学竞赛中共得 404 分，每人得分互不相等，并且其中得分最高的选手得 90 分。那么得分最少的选手至多得多少分？（每位选手的得分都是整数）

（A）77　（B）68　（C）72　（D）75　（E）78

【答案】A

【例 2】某社团共有 46 人,其中 40 人爱好戏剧,38 人爱好体育，35 人爱好写作,30 人爱好收藏,这个社团至少有多少人以上四项活动都喜欢?

（A）5　（B）6　（C）7　（D）8　（E）4

【答案】A

【题型 9】应用题的最值问题

【思路点拨】解答这类问题一般要利用数量关系,列出目标函数式,然后用函数有关知识和方法加以解决. 求最值的主要方法为二次函数的抛物线法、平均值定理法.

【例 1】某租赁公司拥有汽车 100 辆.当每辆车的月租金为 3000 元时，可全部租出.当每辆车

的月租金每增加 50 元时，未租出的车将会增加一辆.租出的车每辆每月需要维护费 150 元，未租出的车每辆每月需要维护费 50 元.

（1）当每辆车的月租金定为 3600 元时，能租出多少辆车？

（A）66　　（B）68　　（C）70　　（D）78　　（E）88

【答案】E

（2）当每辆车的月租金定为多少元时，租赁公司的月收益最大？

（A）3050　　（B）3150　　（C）3650　　（D4050　　（E）4250

【答案】D

【例 2】用 2160 万元购得一块空地，计划建造一栋至少 10 层、每层 2000 平方米的楼房.经测算，如果将楼房建为 $x(x\geq 10)$ 层，则每平方米的平均建筑费用为 $560+48x$（单位：元）.为了使楼房每平方米的平均综合费用最少，该楼房应建为多少层？

（注：平均综合费用＝平均建筑费用+平均购地费用，平均购地费用＝$\dfrac{\text{购地总费用}}{\text{建筑总面积}}$）

（A）10　　（B）12　　（C）15　　（D）16　　（E）18

【答案】C

第三章 整式、分式和函数

【题型 1】有关整式的计算

【思路点拨】对于这类题目基本知识点比较少，但是其灵活性比较高，因此，在做题时一定要仔细观察原式、变化后的式子以及所要求解的问题，对于大多数问题，可以从所求的结论入手，进而向已知条件靠近.

【例 1】对任意实数 x，等式 $ax-4x+5+b=0$ 恒成立，求 $(a+b)^{2008}$

（A）0 （B）1 （C）2^{1004} （D）2^{2008} （E）2

【答案】B

【例 2】当 a、b、c 取何值时，多项式 $f(x)=2x-7$ 与 $g(x)=a(x-1)^2-b(x+2)+c(x^2+x-2)$ 相等

（A）$a=-\frac{11}{9}$，$b=\frac{5}{3}$，$c=\frac{11}{9}$ （B）$a=-11$，$b=15$，$c=11$

（C）$a=\frac{11}{9}$，$b=\frac{5}{3}$，$c=-\frac{11}{9}$ （D）$a=11$，$b=15$，$c=11$

（E）以上结论均不正确

【答案】A

【例 3】确定 m、b 的值，使 mx^4+bx^3+1 能被 $(x-1)^2$ 整除？

（A）$m=1$，$b=4$ （B）$m=3$，$b=-4$ （C）$m=-3$，$b=4$
（D）$m=1$，$b=-3$ （E）$m=1$，$b=3$

【答案】B

【例 4】已知 $(x^2+px+8)(x^2-3x+q)$ 的展开式中不含 x^2,x^3 项，求 p、q 的值.

（A）$\begin{cases}p=2\\q=1\end{cases}$ （B）$\begin{cases}p=3\\q=2\end{cases}$ （C）$\begin{cases}p=3\\q=-1\end{cases}$ （D）$\begin{cases}p=1\\q=3\end{cases}$ （E）$\begin{cases}p=3\\q=1\end{cases}$

【答案】E

【题型 2】分式的化简

【思路点拨】分式化简的关键在于分解因式,所以因式分解是整式和分式的运算基础，要掌握常用的因式分解的方法.

【例 1】已知$\begin{cases} x-y+z=0 \\ x+3y+3z=0 \end{cases}$，则分式$\dfrac{x^2-y^2-z^2}{x^2+y^2+z^2}=$（　　）

（A）$-\dfrac{2}{7}$　　（B）$\dfrac{2}{7}$　　（C）$\dfrac{4}{7}$　　（D）$-\dfrac{4}{7}$　　（E）$\dfrac{1}{2}$

【答案】B

【题型 3】有关恒等式的变形

【思路点拨】恒等式的题目，一般采用综合法和演绎法。前者的方法，是从结论入手，即寻找结论成立的条件，从后往前追寻条件，进而可以找到题目已知的条件恰好是结论成立的条件，这样就完成了，此法在分析问题中常用.演绎法，比较抽象，是从条件入手，从条件一步一步往下推导，进而推导到所给定的结论.

【例 1】（条件充分性判断）若$x,y,z\in R$，有$x+y+z=0$

（1）$a^xb^yc^z=a^yb^zc^x=a^zb^xc^y=1$　　（2）a,b,c均大于1

【答案】C

【例 2】已知$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=3$，$\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{y}+\dfrac{c}{z}=0$，那么$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=$（　　）

（A）0　　（B）1　　（C）3　　（D）9　　（E）2

【答案】D

【题型 4】表达式取值情况的讨论

【思路点拨】对于表达式取值情况的讨论，一般要将其通过因式分解，变成乘积的形式，再借助等式两边数的特征，讨论满足题干要求的情况.

【例 1】已知 n 是正整数，且 n^4-16n^2+100 是质数，求 n 有几种取值情况？

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4　　（E）无数种

【答案】A

【例 2】求方程$6xy+4x-9y-7=0$的整数解有几种情况？

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4　　（E）无数种

【答案】A

【题型 5】考察余式定理

【思路点拨】余式定理的描述如下：多项式$f(x)$除以$x-a$的余式为$f(a)$，推论：多项式$f(x)$除以$ax-b$的余式为$f(\dfrac{b}{a})$.

【例 1】设多项式 $f(x)$ 除以 $x-1$，x^2-2x+3 的余式分别依次为 2，$4x+6$，则 $f(x)$ 除以 $(x-1)\left(x^2-2x+3\right)$ 的余式为（　　）

（A）$4x^2+12x-6$　　（B）$-4x^2+12x-6$　　（C）$-4x^2+12x+6$

（D）$-4x^2-12x-6$　　（E）$4x^2-12x-6$

【答案】B

【题型 6】余式定理的应用

【思路点拨】可将余式定理进行逆用，即将函数值 $f(a)$ 看成 $f(x)$ 除以 $x-a$ 的余式.

【例 1】设 $f(x)$ 是三次多项式，且 $f(2)=f(-1)=f(4)=3$，$f(1)=-9$，则 $f(0)=$（　　）

（A）-13　　（B）-12　　（C）-9　　（D）13　　（E）7

【答案】A

【例 2】$f(x)$ 为二次多项式，且 $f(2004)=1$，$f(2005)=2$，$f(2006)=7$，则 $f(2008)=$（　　）

（A）23　　（B）25　　（C）28　　（D）29　　（E）21

【答案】D

【题型 7】指数与对数函数

【思路点拨】指数函数与对数函数的运算关键在于转换为相同的底数，这样就可以借助图像或公式进行相应的运算.

【例 1】求关于 x 的函数 $y=\left(\lg\dfrac{x}{3}\right)\cdot\left(\lg\dfrac{x}{12}\right)$ 的最小值.

（A）$\lg^2 2$　　（B）$\lg^2 4$　　（C）$\lg 2$　　（D）$-\lg^2 2$　　（E）$-\lg^2 4$

【答案】D

第四章 方程和不等式

【题型 1】关于公共根

【思路点拨】遇到公共根的问题，可以先假设公共根为 x_0，然后代入每个方程，解出公共根，再求解其他参数.

【例1】方程 $x^2+ax+2=0$ 与 $x^2-2x-a=0$ 有一公共实数解，则 a 满足（　　）

（A）$a=2$　　（B）$a=2$ 或 $a=-3$　　（C）$a=-2$

（D）$a=-2$ 或 $a=3$　　（E）$a=3$

【答案】E

【题型 2】方程根的分布（通过图像判定）

【思路点拨】方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）根的情况有以下几种：

⑴ 方程有两个正根 $\begin{cases} x_1+x_2>0 \\ x_1x_2>0 \\ \Delta\geq0 \end{cases}$，

(2) 有两个负根 $\begin{cases} x_1+x_2<0 \\ x_1x_2>0 \\ \Delta\geq0 \end{cases}$，可简化为 a、b、c 同号且 $\Delta\geq0$

(3) 一正一负根 $\begin{cases} x_1\cdot x_2<0 \\ \Delta>0 \end{cases}$，可简化为 a、c 异号即可。

若再要求 $|正根|>|负根|$，有 $\begin{cases} x_1+x_2>0 \\ x_1x_2<0 \\ \Delta>0 \end{cases}$

【技巧】画出题干条件中的图像，然后根据区间，再讨论端点函数值与零的关系，列不等式求解.采用图像法分析，通常隐含了Δ与零的关系.

【例 1】关于x的方程 $(m-2)x^2-(3m+6)x+6m=0$ ，若有两个异号根，且负根绝对值大于正根，则m的取值范围为（　　）

（A）$-\frac{2}{5}\leq m<0$　　（B）$-\frac{2}{5}\leq m<1$　　（C）$-\frac{2}{5}\leq m<10$

（D）$\frac{2}{5}\leq m<10$　　（E）$0<m<2$

【答案】E

【例 2】已知方程 2（k+1）x^2+4kx+3k-2=0 有两个负实根，则实数 k 的取值范围中包含几个整数？

（A）0 （B）1 （C）2 （D）3 （E）4

【答案】C

【例 3】要使 $3x^2+(m-5)x+m^2-m-2=0$ 的两根分别满足：$0<x_1<1$, $1<x_2<2$，求实数 m 的取值范围.

（A）$-2\le m<0$ （B）$-2\le m<-1$ （C）$-2<m<-1$

（D）$-1<m<2$ （E）1<m<2

【答案】C

【例 4】m取何值时,方程$x^2+(m-2)x+m=0$的两实根均在开区间$(-1,1)$内?

（A）$\frac{1}{2}<m\le 4+2\sqrt{3}$ （B）$-\frac{1}{2}<m\le 4-2\sqrt{3}$ （C）$-\frac{1}{2}<m\le 4+2\sqrt{3}$

（D）$\frac{1}{2}<m\le 4-2\sqrt{3}$ （E）以上结论均不正确

【答案】D

【题型 3】绝对值方程

【思路点拨】遇到绝对值方程，如果分段讨论运算量会比较大. 通过图像来分析交点的情况得到方程根的情况.

【例 1】关于方程$\left|9x^2-6x\right|=1$的根，说法正确的为（ ）

（A）只有一个正实根 （B）只有两个负实根 （C）共有 4 个不相等的实根

（D）有一个正根和一个负根 （E）只有一个负实根

【答案】E

【题型 4】超越方程（指数，对数）的问题

【思路点拨】一般遇到超越方程的问题，都要先经过换元，转化成常见的一元二次方程进行讨论分析，在换元的过程中，一定要注意换元前后变量的取值范围的变化.尤其注意在解对数方程的时候，还要注意定义域.

【例 1】方程 $4^{-|x-1|}-4\times 2^{-|x-1|}=a$ 有实根，则 a 的取值范围是（ ）

（A）$a\le-3$ 或 $a\ge 0$ （B）$a\le-3$ 或 $a>0$ （C）$-3\le a<0$

（D）$-3\le a\le 0$　　　（E）以上答案都不对

【答案】C

【例 2】解方程 $(\sqrt{2}+1)^x+(\sqrt{2}-1)^x=6$ 的所有实根之积为（　　）

（A）2　（B）4　（C）-2　（D）-4　（E）± 4

【答案】D

【例 3】解方程 $\log_x 25-3\log_{25}x+\log_{\sqrt{x}}5-1=0$ 的所有实根之积为（　　）

（A）$\dfrac{1}{25}$　（B）$\sqrt[3]{5}$　（C）$\dfrac{\sqrt[3]{5}}{5}$　（D）$\dfrac{1}{\sqrt[3]{5}}$　（E）$5\sqrt[3]{5}$

【答案】C

【例 4】方程 $\log_{0.5x}x^2$-14$\log_{16x}x^3$+40$\log_{4x}\sqrt{x}$=0 的所有实根之积为（　　）

（A）$\sqrt{2}$　（B）$2\sqrt{2}$　（C）$3\sqrt{2}$　（D）$4\sqrt{2}$　（E）$6\sqrt{2}$

【答案】B

【题型 5】指数对数不等式

【思路点拨】遇到对数不等式，要注意两个问题，一个是对数的定义域，另一个是对数的单调性.

【例 1】不等式 $\log_2(x+\dfrac{1}{x}+6)\le 3$ 的解集中包含几个整数？

（A）0　（B）1　（C）4　（D）6　（E）无数个

【答案】D

【例 2】当关于 x 的方程 $\log_4 x^2=\log_2(x+4)-a$ 的根在区间（-2，-1）内时，实数 a 的取值范围中包含几个整数？

（A）0　（B）1　（C）4　（D）6　（E）无数个

【答案】B

【题型 6】绝对值不等式

【思路点拨】遇到绝对值不等式的时候，要根据绝对值里面表达式的符号来去掉绝对值符号. 也可以借助几何意义来分析求解.

【例1】不等式 $x^2-x-5>|2x-1|$ 的解集中包含几个10以内的质数？

（A）0　（B）1　（C）2　（D）3　（E）无数个

【答案】C

【例2】解不等式$\left|x^2-x-4\right|>2$的解集中包含几个10以内的质数？

（A）0　（B）1　（C）2　（D）3　（E）无数个

【答案】C

【题型 7】解集为空集或为任意实数

【思路点拨】对于一元二次不等式$ax^2+bx+c<(>)0$解集为任意实数的充要条件是：

$$\begin{cases}a<(>)0\\ \Delta<0\end{cases}$$

【注意】若系数 a 中含有参数，不要忘记讨论系数 a 为零的情况.

【例 1】已知关于 x 的二次不等式：ax^2+（a-1）x+a-1<0 的解集为 R，求 a 的取值范围.

【答案】$a<-\dfrac{1}{3}$

【例2】 若不等式$\dfrac{2x^2+2kx+k}{4x^2+6x+3}<1$对于一切实数 x 都成立，则实数 k 的范围中有几个整数

（A）0　（B）1　（C）2　（D）3　（E）4

【答案】B

【题型 8】无理不等式

【思路点拨】无理不等式基本解法是去掉根号，在遇到偶次方根时不要忘记定义域.

【例 1】不等式$\sqrt{3-x}-\sqrt{x+1}>\dfrac{1}{2}$的解集中包含几个整数？

（A）0　（B）1　（C）2　（D）3　（E）无数个

【答案】C

第五章 数　列

【题型 1】已知前 n 项和或通项或递推关系中的部分，求其他.

【思路点拨】根据公式分析：$a_n=\begin{cases}a_1=S_1 & (n=1)\\ S_n-S_{n-1} & (n\ge 2)\end{cases}$

【例 1】已知 $S_n=2n^2-3n+1$，求 a_n

【答案】$a_n=\begin{cases}0,n=1\\ 4n-5,n\ge 2\end{cases}$

【例 2】已知 $a_1=1$，$S_n=n^2a_n$,求 a_n 及 S_n.

【答案】$a_n=\dfrac{2}{n(n+1)}$，$S_n=\dfrac{2n}{n+1}$

【例 3】已知 $S_n=4-a_n-\dfrac{1}{2^{n-2}}$ 求 a_1,a_{n+1}和a_n的关系式及通项公式 a_n.

【答案】$a_n=\dfrac{n}{2^{n-1}}$

【题型 2】数列的最值

【思路点拨】等差数列前n项和$S_n=an^2+bn$，其中a,b为系数. 当公差 d 不为 0 时，可将其抽象成关于 n 的二次函数 $f(n)=(\dfrac{d}{2})n^2+(a_1-\dfrac{d}{2})n$，借助抛物线分析最值.

【例 1】在等差数列{ a_n }中，S_n 表示前 n 项和，若 a_1=13，$S_3=S_{11}$，则 S_n 的最大值是（　　）

（A）42　　（B）49　　（C）59　　（D）133　　（E）不存在

【答案】B

【例 2】设 S_n＝1+2+3+…+n，求 $f(n)=\dfrac{S_n}{(n+32)S_{n+1}}$ 的最大值.

（A）50　　（B）$\dfrac{1}{50}$　　（C）100　　（D）$\dfrac{1}{100}$　　（E）不存在

【答案】B

【例 3】在各项为正的等比数列$\{a_n\}$中，$a_1a_3=36,a_2+a_4=60,S_n>400$，求$n$的最小值.

（A）4　　（B）5　　（C）6　　（D）7　　（E）8

【答案】C

【题型 3】数列的性质

【思路点拨】对于等比数列：$a_ma_n=a_pa_q$，对于等差数列$a_m+a_n=a_p+a_q$（$m+n=p+q$）；对于等比（差）数列，$S_m,S_{2m}-S_m,S_{3m}-S_{2m}$也成等差（比）数列.

【例 1】已知等差数列$\{a_n\}$中的a_1与a_{10}是方程$x^2-3x-5=0$的两个根，那么a_3+a_8等于（　　）

（A） 3　　（B） 4　　（C）-3　　（D）-4　　（E）-3 或 3

【答案】A

【例 2】已知等差数列$\{a_n\}$，S_n为前n项和，若$S_4=30,S_8=90$，求S_{12}.

（A）150　　（B）160　　（C）180　　（D） 190　　（E）200

【答案】C

【题型 4】数列中的应用题

【思路点拨】等比数列和应用题结合的考题，关键在于找出公比。

【例 1】从盛有盐的质量分数为 20%的盐水 2 *k*g 的容器中倒出 1 *k*g 盐水，然后加入 1 *k*g 水，以后每次都倒出 1 *k*g 盐水，然后再加入 1 *k*g 水，第 5 次倒出的的 1 *k*g 盐水中含盐多少 g?

（A）12.5　　（B）25　　（C）37.5　　（D） 15　　（E）10

【答案】A

【例 2】有一个细胞集团，每小时消亡 2 个，余下的每个分裂成 2 个，设最初有细胞 7 个，问n个小时后的细胞个数为多少个?

（A）186　　（B）188　　（C）192　　（D） 196　　（E）198

【答案】D

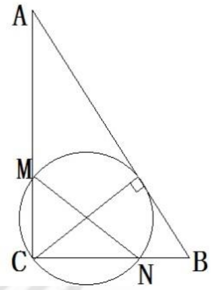
第六章 平面几何

【题型 1】与圆相关的长度

【思路点拨】与圆相关的长度，主要围绕弦长、切线、直径、弧长、周长等相关性质和结论进行分析.

【例 1】如图，在ΔABC中，AB=10，AC=8，BC=6，

以点 C 到 AB 的垂线段为直径作圆，该圆交 AC 于点 M，交 BC 于点 N，则 MN=（　　）



（A）4　　（B）4.8　　（C）5

（D）5.5　　（E）6

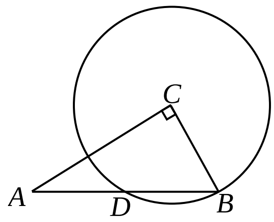
【答案】B

【例 2】在圆 $x^2+y^2=5x$ 内，过点 $P\left(\frac{5}{2},\frac{3}{2}\right)$ 有 n 条弦的长度成等差数列，过 P 的最小弦的长为数列的首项 a_1，最大弦的长为 a_n，若公差 $d\in[\frac{1}{6},\frac{1}{3}]$，那么 n 的取值集合为（　　）

（A）$\{3,4,5\}$　（B）$\{4,5,6\}$　（C）$\{3,4,5,6\}$　（D）$\{4,5,6,7\}$　（E）$\{5,6,7,8\}$

【答案】D

【例 3】如图，在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AB＝10，若以点 C 为圆心，CB 长为半径的圆恰好经过 AB 的中点 D，则 AC 的长等于（　　）

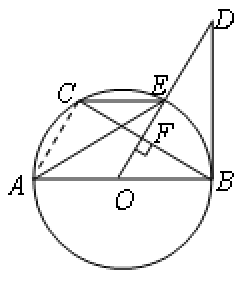


（A）$5\sqrt{3}$　（B）5　（C）$5\sqrt{2}$

（D）6　（E）7

【答案】A

【例 4】如图，AB 是⊙O 直径，$OD\perp$弦 BC 于点 F，且交⊙O 于点 E，若 $\angle AEC=\angle ODB$．当 $AB=10$，$BC=8$ 时，求 BD 的长.



（A）6.5　（B）6　（C）7

（D）$\dfrac{20}{3}$　（E）$\dfrac{19}{3}$

【答案】D

【题型 2】三角形的四心、五线

【思路点拨】记住四心（内心、外心、重心、垂心）的定义及性质，掌握五线（角平分线、中垂线、中线、高、中位线）的特征.

【例 1】有一个角是30^o的直角三角形的小直角边长 a,它的内切圆的半径为

（A）$\frac{1}{2}a$　（B）$\frac{\sqrt{3}}{2}a$　（C）a　（D）$\frac{\sqrt{3}+1}{2}a$　（E）$\frac{\sqrt{3}-1}{2}a$

【答案】E

【例 2】ΔABC 中 $A(-1,5)$、$B(5,5)$、$C(6,-2)$ 则这个三角形的外心坐标为（　　）

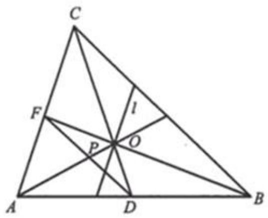
（A）(1,2)　（B）(2,1)　（C）(-1,2)　（D）(2,-1)　（E）(1,-2)

【答案】B

【例 3】O 是ΔABC 的重心，p是ΔABC 的一个内点，使得ΔBCP 的面积是ΔABC 的面积的一半，ΔACP 的面积是ΔABC 的面积的$\frac{1}{3}$，则 P（　　）

（A）在ΔABO 内　（B）在ΔBCO 内　（C）在ΔACO 内

（D）就是 O　（E）在线段 AO 上



【答案】A

【题型 3】四边形及多边形

【思路点拨】对于四边形及多边形，可以看出由多个三角形组成的图形，利用三角形的性质和结论进行分析和求解; 另外要掌握常见四边形及多边形，如矩形、菱形、正方形、正六边形等重要结论.

【例 1】在四边形 ABCD 中，AB 的长为 8,$\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=3:7:4:10,\angle CDB=60^0$,

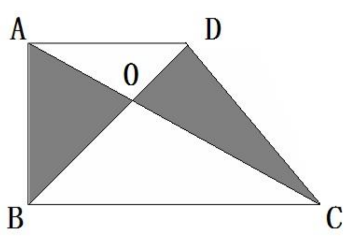
则ΔABD 的面积是（　　）

（A）22　（B）18　（C）20　（D）14　（E）16

【答案】E

【题型 4】求面积

【思路点拨】计算平面图形的面积问题是常见题型，求平面阴影部分的面积是这类问题的难点。不规则阴影面积常常由三角形、四边形、弓形、扇形和圆、圆弧等基本图形组合而成的，在解此类问题时，要注意观察和分析图形，会分解和组合图形.



【例1】 如图，在梯形 ABCD 中， $AD//BC, S_{\Delta AOD}=8,$

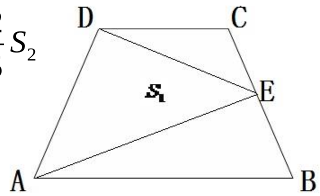
梯形的上底长是下底长的 $\frac{2}{3}$，则阴影部分的面积是（　　）

（A）24　　（B）25　　（C）26

（D）27　　（E）28

【答案】A

【例 2】如图，在梯形 ABCD 中， $AB//CD,$ 点 E 为 BC 的中点，设 ΔDEA 的面积为 S_1，梯形 ABCD 的面积为 S_2，则 S_1与S_2的关系是（　　）



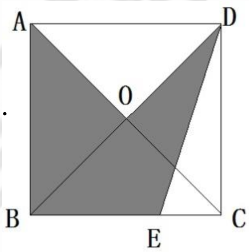
（A） $S_1=\frac{1}{3}S_2$　　（B） $S_1=\frac{2}{3}S_2$　　（C） $S_1=\frac{2}{5}S_2$

（D） $S_1=\frac{1}{2}S_2$　　（E） $S_1=\frac{3}{5}S_2$

【答案】D

【例 3】如图，正方形 ABCD 中，BE=2EC，

ΔAOB 的面积是 9，则阴影部分的面积为（　　）.



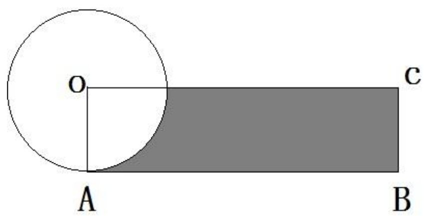
（A）28　　（B）26　　（C）21

（D）20　　（E）18

【答案】C

【例 4】如图，圆的周长是12π，圆的面积与长方形的面积相等，则阴影面积等于（　　）

（A）27π　　（B）28π　　（C）29π　　（D）30π　　（E）36π

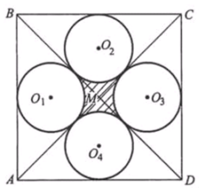


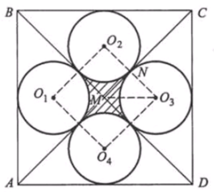
【答案】A

【例 5】如图，边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 交于点 $M,$ 且分正方形为四个三角形，O_1、O_2、O_3、O_4 分别为ΔAMB、ΔBMC、ΔCMD、ΔDMA 的内切圆圆心，则圆中阴影部分面积为（　　）

（A） $\frac{(4-\pi)(3-2\sqrt{2})}{16}$　　（B） $\frac{(3-2\sqrt{2})\pi}{16}$　　（C） $\frac{4+\pi}{16}$

（D） $\frac{(4-\pi)(3-2\sqrt{2})}{8}$　　（E） $\frac{(4-\pi)(3-2\sqrt{2})}{4}$



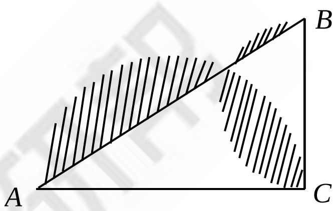


【答案】E

【例 6】如图，在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$BC=2$，分别以 AC 、BC 为直径画半圆，则图中阴影面积为（　　）

（A）$2\pi-1$　　（B）$3\pi-2$　　（C）$3\pi-4$

（D）$\frac{5}{2}\pi-3$　（E）$\frac{5}{2}\pi-4$



【答案】E

【题型 5】求距离的最值

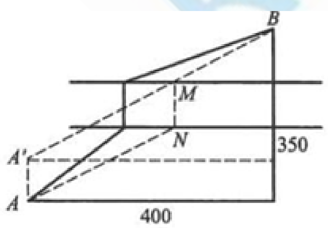
【思路点拨】平面几何求距离的最值，主要将图像通过平移转化为共线的情况，借助两点之间直线最短来分析求解.

【例 1】一条由西向东流的河宽 50 米，A,B 两地分别位于河的南、北侧，B 在 A 的东 400 米，北 350 米.要在 AB 间筑一条小路，过河处架设和河垂直的浮桥.则此路的最短距离（包括桥长）为（　　）

（A）550 米　　（B）750 米　　（C）500 米

（D）600 米　　（E）650 米

【答案】A

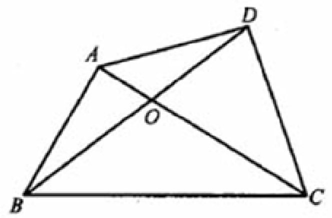


【题型 6】求面积的最值

【思路点拨】首先根据题目得到面积表达式，然后借助平均值定理或者二次函数的抛物线特征来求解最值.

【例 1】如图所示，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于 O，$S_{\Delta AOB}=4,S_{\Delta COD}=9$,则四边形 ABCD 面积的最小值为（　　）

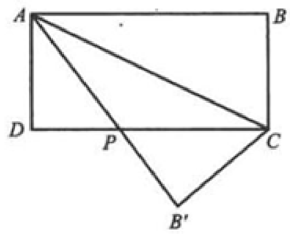
（A）22　　（B）25　　（C）28　　（D）30　　（E）32



【答案】B

【例 2】如图，周长为 24 的矩形 $ABCD$,将 ΔABC 沿对角线 AC 折叠，得到 $\Delta AB'C$（点 B 变到 B'），AB' 交 CD 于 P .则 ΔADP 面积的最大值为（　　）

$(A)18$　$(B)18\sqrt{2}$　$(C)108-3\sqrt{6}$　$(D)100-7\sqrt{2}$　$(E)108-7\sqrt{2}$



【答案】E

第七章 解析几何

【题型 1】 求直线、圆的方程

【思路点拨】熟练掌握直线、圆的各表达式的形式、特点，及求解的方法.

【例 1】过点 $A(2,1)$ 且在 x， y 轴上截距相等的直线有几条？

（A）1 （B）2 （C）3 （D）4 （E）无数条

【答案】B

【例 2】直线 l： $2x-y-4=0$ 绕与 x 轴交点逆时针旋转 $45°$，求所得直线方程.

（A） $2x+y-4=0$ （B） $3x-y+6=0$ （C） $3x+y-6=0$

（D） $3x+y+4=0$ （E） $3x-y+4=0$

【答案】C

【例 3】到直线 $2x+y+1=0$ 的距离为 $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ 的点的集合是（ ）

（A）直线 $2x+y-2=0$

（B）直线 $2x+y=0$

（C）直线 $2x+y=0$ 或直线 $2x+y-2=0$

（D）直线 $2x+y=0$ 或直线 $2x+y+2=0$

（E）直线 $2x+y-1=0$ 或直线 $2x+y-2=0$

【答案】D

【例 4】一圆与 y 轴相切，圆心在直线 $x-3y=0$ 上，且在直线 $y=x$ 上截得的弦长为 $2\sqrt{7}$，求此圆的方程（ ）

（A） $(x-3)^2+(y-1)^2=9$

（B） $(x+3)^2+(y+1)^2=9$

（C） $(x-3)^2+(y-1)^2=3$

（D） $(x+3)^2+(y+1)^2=9$ 或 $(x-3)^2+(y-1)^2=9$

（E）$(x-3)^2+(y-1)^2=3$ 或 $(x+3)^2+(y+1)^2=3$

【答案】D

【题型 2】直线与圆的位置关系

【思路点拨】直线与圆的位置关系判别核心是比较圆心到直线的距离与半径的大小；在直线与圆的三种位置关系中，最重要的是相切，所以要重点掌握切线的相关考点.

【例 1】过点 $(-2,0)$ 的直线 l 与圆 $x^2+y^2=2x$ 有两个交点，则斜率 k 的取值范围是（　　）

（A）$\left(-2\sqrt{2},2\sqrt{2}\right)$　　（B）$\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$　　（C）$\left(-\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

（D）$\left(-\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right)$　　（E）$\left(-\frac{1}{8},\frac{1}{8}\right)$

【答案】C

【例 2】直线 $l: y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 绕原点按逆时针方向旋转 30° 后所得直线 l' 与圆 $(x-2)^2+y^2=3$ 的位置关系是（　　）

（A）直线 l' 过圆心

（B）直线 l' 与圆相交，但不过圆心

（C）直线 l' 与圆相切

（D）圆心到直线 l' 的距离为 $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

（E）圆心到直线 l' 的距离为 $2\sqrt{3}$

【答案】C

【例 3】圆 $(x-a)^2+(y-2)^2=4\ (a>0)$ 及 $l: x-y+3=0$，当 l 被圆截得的弦长为 $2\sqrt{3}$ 时，$a=$（　　）

（A）$\sqrt{2}$　　（B）$2-\sqrt{2}$　　（C）$\sqrt{2}-1$　　（D）$-\sqrt{2}-1$　　（E）$\pm\sqrt{2}-1$

【答案】C

【例 4】过 $P(6,-8)$ 作 $x^2+y^2=25$ 的切线，切于 A，B 两点，则 P 到 AB 直线的距离为（　　）

（A）15　　（B）10　　（C）$\frac{15}{2}$　　（D）5　　（E）6

【答案】C

【例 5】(充分性判断)圆$\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2=4$和直线$\left(1+2\lambda\right)x+\left(1-\lambda\right)y-3-3\lambda=0$相交于两点.

(1) $\lambda=\frac{2\sqrt{3}}{5}$　　(2) $\lambda=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

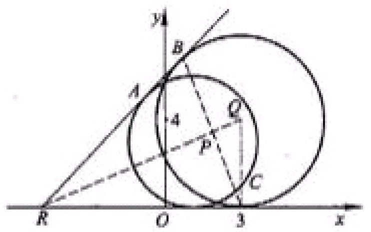
【答案】D

【题型 3】圆与圆的位置关系

【思路点拨】两圆的位置关系有五种：外离、外切、相交、内切、内含. 判断方法主要借助两圆心的距离与两圆半径的关系来确定. 主要命题考点有公切线、公共弦长等.

【例 1】圆心分别在 P（1,3）和 Q（3,4）的两个圆都和 x 轴相切，则他们的另一条公切线的斜率为（　　）

（A） 1　（B） $\frac{1}{2}$　（C） 2　（D） $\frac{4}{3}$　（E） $\frac{3}{4}$



【答案】D

【例 2】设 A、B 是两个圆（x-2）^{2}+（y+3）^{2}=5 和（x-1）^{2}+（y+1）^{2}=3 的交点，则过 A、B 的直线方程为（　　）

（A）$4x+2y-9=0$　（B）$4x-2y+9=0$　（C）$2x-4y-9=0$

（D）$2x+4y-9=0$　（E）$2x-4y+9=0$

【答案】C

【例 3】(充分性判断)半径分别为 2 和 5 的两个圆，圆心坐标分别为（a, 1）和（2, b），它们有 4 条公切线.

(1) 点 P（a, b）在圆（x-2）^{2}+（y-1）^{2}=49 的里面;

(2) 点 P（a, b）在圆（x-2）^{2}+（y-1）^{2}=49 的外面.

【答案】B

【题型 4】轴对称问题

【思路点拨】轴对称也可以转化为点的对称思考.

【例 1】点 $P\ (-3,-1)$ 关于直线 $3x+4y-12=0$ 的对称点 P' 是（　　）

（A）$(2,8)$　（B）$(1,3)$　（C）$(8,2)$　（D）$(3,7)$（E）$(7,3)$

【答案】D

【例 2】点 $A\ (1,-1)$ 关于直线 $x+y=1$ 的对称点 A'.的坐标是（　　）

（A）（2,0）　（B）（1,0）　（C）（-1,0）　（D）（0,-2）　（E）（-1,1）

【答案】A

【例 3】点 $M(-5,1)$ 关于 y 轴的对称点 M' 与点 $N(1,-1)$ 关于直线 l 对称，则直线 l 的方程是（　　）

$(A)x-2y+3=0$　$(B)x-2y-3=0$　$(C)2x+y-6=0$

$(D)2x-y+6=0$　$(E)6x-y+2=0$

【答案】C

【题型 5】中心对称问题

【思路点拨】如果图形（直线或曲线）关于点的对称，称为图形的中心对称. 中心对称其实就是点的对称，寻找到点的坐标关系，就找到了方程的表达式.

【例 1】已知点 A 的坐标为 $(-1,1)$，直线 l 的方程为 $3x+y=0$，那么直线 l 关于点 A 的对称直线 l' 的方程为（　　）

（A）$4x-y+6=0$　（B）$4x+y+6=0$　（C）$x-3y+4=0$

（D）$x+3y+4=0$　（E）$3x+y+4=0$

【答案】E

【题型 6】对称的应用（光的反射）

【思路点拨】光的反射问题，首先要了解光的反射原理（即入射光线、反射光线、法线在同一平面上；入射角与反射角相等；法线垂直于平面，）实际上它也是对称的一个应用. 对称问题不涉及方向问题，而光线是和方向有关的，因此在求解入射光和反射光时要注意光线的方向.

【例 1】光线经过 $P(2,3)$ 照射在上 $x+y+1=0$，反射后经过 $Q(3,-2)$，求反射光线所在直线方程.

（A）$7x+5y+1=0$　（B）$x+7y-17=0$　（C）$x-7y+17=0$

（D）$x-7y-17=0$　（E）$7x-5y+1=0$

【答案】D

【例 2】有一条光线从点 $A(-2,4)$ 射到直线 $2x-y-7=0$ 后再反射到点 $B(5,8)$，则这条光线从 A 到 B 的长度为多少?

（A）$4\sqrt{5}$　（B）$3\sqrt{5}$　（C）$6\sqrt{5}$　（D）$5\sqrt{5}$　（E）$5\sqrt{3}$

【答案】D

【题型 7】解析几何的最值问题

【思路点拨】解析几何的最值问题可以借助几何意义进行分析求解，然后再根据对应的位置得到答案.

【例 1】在圆 $x^2+y^2=4$ 上，与直线 $4x+3y-12=0$ 的距离最小的点坐标是（　　）

（A）$\left(\frac{8}{5},\frac{6}{5}\right)$　（B）$\left(\frac{8}{5},-\frac{6}{5}\right)$　（C）$\left(-\frac{8}{5},\frac{6}{5}\right)$

（D）$\left(-\frac{8}{5},-\frac{6}{5}\right)$　（E）$\left(\frac{6}{5},\frac{8}{5}\right)$

【答案】A

【例 2】若实数 x,y 满足条件：$x^2+y^2-2x+4y=0$，则 $x-2y$ 的最大值是（　　）

（A）$\sqrt{5}$　（B）10　（C）9　（D）$5+2\sqrt{5}$　（E）$2+5\sqrt{2}$

【答案】B

【例 3】已知动点 $P(x,y)$ 在圆 $(x-2)^2+y^2=1$，求 $\frac{y}{x}$ 的最大值（　　）

（A）$\sqrt{3}$　（B）$\sqrt{2}$　（C）$\frac{\sqrt{3}}{3}$　（D）$\frac{\sqrt{2}}{2}$　（E）1

【答案】C

【例 4】动点 $\mathrm{P}(x,y)$ 在圆 $x^2+y^2=1$ 上运动，则 $\frac{y+1}{x+2}$ 的最大值是（　　）

（A）$\frac{1}{3}$　（B）$\frac{2}{3}$　（C）$\frac{4}{3}$　（D）$\frac{5}{3}$　（E）1

【答案】C

第八章 立体几何

【题型 1】棱柱

【思路点拨】主要掌握三棱柱与四棱柱的相关公式.

【例 1】一个正四棱柱的各个顶点在一个直径为 2 的球面上.如果正四棱柱的底面边长为 1，那么该棱柱的表面积为（ ）

（A）$4\sqrt{2}$ （B）$1+4\sqrt{2}$ （C）$2+4\sqrt{2}$

（D）$1+5\sqrt{2}$ （E）$6\sqrt{2}$

【答案】C

【题型 2】体积比较

【思路点拨】根据侧面积或表面积的关系，来进行体积比较.

【例 1】一圆柱体的高与正方体的高相等，且它们的侧面积也相等，则圆柱体的体积与正方体的体积的比值为多少？

（A）$\frac{4}{\pi}$ （B）$\frac{3}{\pi}$ （C）$\frac{\pi}{3}$ （D）$\frac{\pi}{4}$ （E）π

【答案】D

【例 2】表面积相等的正方体、等边圆柱（轴截面是正方形）和球，它们的体积分别为 V_1、V_2、V_3， 则有（ ）

（A）$V_1<V_3<V_2$ （B）$V_3<V_1<V_2$ （C）$V_2<V_3<V_1$

（D）$V_1<V_2<V_3$ （E）$V_3<V_2<V_1$

【答案】D

【题型 3】切开，融合

【思路点拨】对于切开问题，新增加的表面积等于切面面积的 2 倍；对于拼接问题，减少的表面积等于重合面面积的 2 倍；对于融合问题，主要借助体积相等来得到表面积的关系.

【例 1】一个长方体的长宽高分别是 6、5、4，若把它切割成三个体积相等的小长方体，这三个小长方体表面积的和最大是多少？

（A）208 （B）228 （C）248 （D）268 （E）288

【答案】D

【例 2】把一个正方体和一个等底面积的长方体拼成一个新的长方体，拼成的长方体的表面积比原来的长方体的表面积增加了 50.原正方体的表面积是多少？

（A）75 （B）70 （C）64 （D）80 （E）60

【答案】A

【例 3】把一个长、宽、高分别为 9、7、3 的长方体铁块和一个棱长是 5 的正方体铁块, 熔铸成一个圆柱体,这个圆柱体的底面直径是 10, 高是多少?（π 取 3.14）

（A）2　（B）3　（C）4　（D）6　（E）8

【答案】C

【例 4】把一个大金属球表面涂漆，需油漆 2.4kg，若把这个金属球熔化，制成 64 个半径相等的小金属球（设损耗为零），将这些小金属球表面涂漆，需用油漆多少 kg？

（A）7.2　（B）9.6　（C）12　（D）14.4　（E）16.8

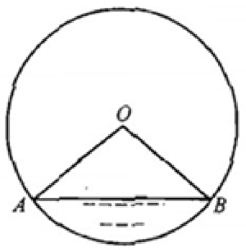
【答案】B

【题型 4】与水相关的体积计算

【思路点拨】主要借助水的体积变化来做为等量关系，列出等式，求出参数.

【例 1】一个两头密封的圆柱形水桶，水平横放时桶内有水部分占水桶一头圆周长的 $\frac{1}{4}$，则水桶直立时水的高度和桶的高度之比值是（　　）

（A）$\frac{1}{4}$　（B）$\frac{1}{4}-\frac{1}{\pi}$　（C）$\frac{1}{4}-\frac{1}{2\pi}$　（D）$\frac{1}{8}$　（E）$\frac{\pi}{4}$

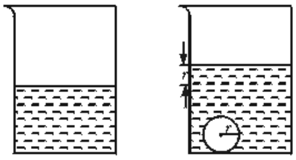


【答案】C

【例 2】如图，一个底面半径为 R 的圆柱形量杯中装有适量的水.若放入一个半径为 r 的实心铁球，水面高度恰好升高 r，则 $\frac{R}{r}$ =（　　）

（A）$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　（B）$\frac{4\sqrt{3}}{3}$　（C）$\frac{\sqrt{3}}{3}$

（D）$\frac{5\sqrt{3}}{3}$　（E）$\frac{7\sqrt{3}}{3}$



(1)　(2)

【答案】A

【例 3】长方体容器内装满水，现有大中小三个铁球，第一次把小球沉入水中，第二次把小球取出，把中球沉入水中，第三次把中球取出，把小球和大球一起沉入水中.已知每次从容器中溢出的水量情况是：第二次是第一次的 3 倍，第三次是第一次的 2.5 倍.则大球的体积是小球的几倍？

（A）3.5　　（B）4　　（C）4.5　　（D）5　　（E）5.5

【答案】E

【题型 5】内切球，外接球

【思路点拨】正方体的内切球直径等于棱长，等边圆柱的内切球直径等于圆柱的直径；正方体与长方体的外接球直径等于体对角线长，圆柱的外接球直径等于轴截面的对角线长.

【例 1】长方体的各顶点均在同一球的球面上，且一个顶点上的三条棱的长分别为 1，2，3，则此球的表面积为（　　）

（A）8π　　（B）10π　　（C）12π　　（D）14π　　（E）16π

【答案】D

【例 2】球内有一个内接正方体，若正方体棱长为$2\sqrt{3}$，则球的表面积为多少？

（A）4π（B）32π（C）36π（D）48π　　（E）60π

【答案】C

【例 3】棱长为 a 的正方体内切球、外接球、外接半球的半径分别为（　　）

（A）$\frac{a}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}a,\frac{\sqrt{3}}{2}a$　　（B）$\sqrt{2}a,\sqrt{3}a,\sqrt{6}a$　　（C）$a,\frac{\sqrt{3}a}{2},\frac{\sqrt{6}a}{2}$

（D）$\frac{a}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}a,\frac{\sqrt{6}}{2}a$　　（E）$\frac{a}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}a,\frac{\sqrt{6}}{2}a$

【答案】E

第九章 排列组合

【题型 1】可重复元素问题

【思路点拨】解决“允许重复排列问题”要注意区分两类元素：一类元素可以重复，另一类不能重复.把不能重复的元素看作“人”，能重复的元素看作“房”，再利用乘法原理直接求解的方法称为“分房法”. 一般地 n 个不同的元素没有限制地安排在 m 个位置上的排列数为 m^n 种.

【例 1】七名学生争夺五项冠军，每项冠军只有一份.获得冠军的可能的种数有（　　）

（A）7^5　（B）5^7　（C）P_7^5　（D）P_7^4　（E）$7!$

【答案】A

【例 2】把 6 名实习生分配到 7 个车间实习,共有多少种不同的分法（　　）

（A）$7!$　（B）C_7^6　（C）6^7　（D）7^6　（E）$6!$

【答案】D

【例 3】某 7 层大楼一楼电梯上来 7 名乘客,他们到各自的一层下电梯, 则下电梯的方法有多少种？

（A）$7!$　（B）7^5　（C）6^7　（D）7^6　（E）7^7

【答案】C

【题型 2】全能元素问题

【思路点拨】全能元素是指一个元素可以同时具备多个属性，在选取时，注意全能元素的归宿问题.

【例 1】在 8 名志愿者中，只能做英语翻译的有 4 人，只能做法语翻译的有 3 人，既能做英语翻译又能做法语翻译的有 1 人.现从这些志愿者中选取 3 人做翻译工作,确保英语和法语都有翻译的不同选法共有（　　）种.

（A）12　（B）18　（C）21　（D）30　（E）51

【答案】E

【例 2】将 0、1、2、3、4、5、6、7、8 九个数字写在九张卡片上，从中任取三张卡片，若 6 可当 9 来用，则可组成不同的三位数（　　）个.

（A）600　（B）602　（C）604　（D）608　（E）610

【答案】B

【题型 3】对号与不对号

【思路点拨】元素对号入座只有 1 种排法，元素不对号入座可以记住答案：2 个不对号有 1 种方法，3 个不对号有 2 种方法，4 个不对号有 9 种方法，5 个不对号有 44 种方法. 具体推导过程可以见专题点睛内容.

【例 1】设有编号为 1、2、3、4、5 的 5 个小球和编号为 1、2、3、4、5 的 5 个盒子，现将

这 5 个小球放入这 5 个盒子内，要求每个盒子内放一个球，且恰好有 1 个球的编号与盒子的编号相同，则这样的投放方法的总数为（　　）

（A）20 种　（B）30 种　（C）45 种　（D）60 种　（E）130 种

【答案】C

【题型 4】相同元素的隔板法

【思路点拨】隔板法使用要求:①n 个元素要相同，②m 个分配对象不同，对应的公式：如果分配对象非空，即每个对象至少分一个，则有 C_{n-1}^{m-1} 种；如果分配对象允许空，则有 C_{n+m-1}^{m-1} 种.

【例 1】现有 10 个完全相同的球全部分给 7 个班级,每班至少 1 个球,问共有多少种不同的分法?

（A）60 种　（B）64 种　（C）75 种　（D）84 种　（E）90 种

【答案】D

【例 2】满足 $x_1+x_2+x_3+x_4=12$ 的正整数解的组数有多少？

（A）160 种　（B）165 种　（C）175 种　（D）184 种　（E）190 种

【答案】B

【例 3】将 10 块相同的糖分给 4 个小朋友，如果每人至少分 1 块糖，有 n 种分法，如果允许有人没有分到，则有 m 种分法，求 m-n 的值.

（A）160　（B）164　（C）175　（D）184　（E）202

【答案】E

【题型 5】局部元素定序问题

【思路点拨】在对元素排列时，出现部分元素顺序固定（比如身高、大小等），要除以定序数量的阶乘，以消除排序.解题方法是：先将 n 个元素进行全排列有 $n!$种，m 个元素的全排列有 $m!$种，由于要求 m 个元素次序一定，因此只能取其中的某一种排法，可以利用除法起到去掉排序的作用，即若 n 个元素排成一列，其中 m 个元素次序一定，共有 $n!/m!$种排列方法.

【例 1】有 4 个男生，3 个女生，高矮互不相等，现将他们排成一行，要求从左到右，女生从矮到高排列，有多少种排法?

（A）660 种　（B）680 种　（C）720 种　（D）840 种　（E）860 种

【答案】D

【题型 6】局部元素相同问题

【思路点拨】在对元素排列时，出现部分元素相同（没有区别），要除以相同元素数量的阶乘，以消除排序. 对含有相同元素求排列个数的方法是：设重集 S 有 k 个不同元素 a_1，a_2,…...a_n

其中重复数为 n_1、n_2……n_k，且 $n=n_1+n_2+\ldots\ldots+n_k$，则 S 的排列个数等于 $n=\dfrac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$.

【例 1】信号兵把红旗与白旗从上到下挂在旗杆上表示信号，现有 3 面红旗、2 面白旗，把这 5 面旗都挂上去，可表示不同信号的种数是（　　）

（A）10 种　（B）15 种　（C）20 种　（D）30 种　（E）40 种

【答案】A

【例 2】有 2 个 a，3 个 b，4 个 c 共九个字母排成一排，有多少种排法?

（A）1160 种　（B）1280 种　（C）1220 种　（D）1240 种　（E）1260 种

【答案】E

【题型 7】分堆与分配问题

【思路点拨】如果分堆时，出现相同数量的分堆，要除以相同数量堆数的阶乘，以消除排序. 对于分配问题，先分堆，再排序.

【例 1】不同的钢笔 12 支，分 3 堆，一堆 6 支，另外两堆各 3 支，有多少种分法?

（A）9240 种　（B）8280 种　（C）9220 种　（D）8240 种　（E）9260 种

【答案】A

【例 2】把 12 支不同的钢笔分给 3 人，一人得 6 支，二人各得 3，有几种分法?

（A）$120C_{12}^6$　（B）$30C_{12}^6$　（C）$40C_{12}^6$　（D）$20C_{12}^6$　（E）$60C_{12}^6$

【答案】E

【题型 8】配对问题

【思路点拨】配对问题主要以鞋子或手套来作为命题对象，核心在于成双或不成双. 对于成双问题很容易思考，直接选取整双即可，对于不成双问题，要先取双，然后从每双中取左右单只即可.

【例 1】10 双不同的鞋子，从中任意取出 4 只，求下列情况数:

（1）4 只鞋子没有成双的；（2）4 只鞋子恰为两双；（3）4 只鞋子恰有 1 双.

（A）3360　（B）45　（C）150　（D）1440　（E）900

【答案】（1）A　（2）B　（3）D

第十章 概率初步

【题型 1】古典概型

【思路点拨】系统复习阶段的古典概型主要掌握综合性的古典概型计算，尤其涉及到更多的分类方法，全面利用排列组合知识来分析题目.

【例 1】.在试制牙膏时，需要选用两种不同的添加剂.现有芳香度分别为 0，1，2，3，4，5 的六种添加剂可供选用.根据试验设计原理，通常首先要随机选取两种不同的添加剂进行搭配试验.

（1）求所选用的两种不同的添加剂的芳香度之和等于 4 的概率；

（A）$\frac{2}{15}$ （B）$\frac{1}{5}$ （C）$\frac{2}{5}$ （D）$\frac{4}{15}$ （E）$\frac{1}{3}$

（2）求所选用的两种不同的添加剂的芳香度之和不小于 3 的概率.

（A）$\frac{2}{15}$ （B）$\frac{1}{5}$ （C）$\frac{2}{5}$ （D）$\frac{4}{15}$ （E）$\frac{13}{15}$

【答案】（1）A （2）E

【例 2】一个盒子中有大小相同的 4 个红球，2 个白球. 现从中不放回的先后摸球，直到 2 个白球都摸出为止. 求：

（1）摸球 2 次就完成的概率；

（A）$\frac{2}{15}$ （B）$\frac{1}{5}$ （C）$\frac{2}{5}$ （D）$\frac{4}{15}$ （E）$\frac{1}{15}$

（2）摸球 4 次就完成的概率.

（A）$\frac{2}{15}$ （B）$\frac{1}{5}$ （C）$\frac{2}{5}$ （D）$\frac{4}{15}$ （E）$\frac{7}{15}$

【答案】（1）E （2）B

【例 3】一个袋中有若干个大小相同的黑球、白球和红球.从袋中任意摸出 2 个球，至少得到 1 个白球的概率是$\frac{7}{9}$.若袋中共有 10 个球，求白球的个数；

（A）3 （B）4 （C）5 （D）6 （E）7

【答案】C

【例 4】袋中有若干个大小相同的黑球、白球和红球. 已知从袋中任意摸出 1 个球，得到黑球的概率是$\frac{2}{5}$；设从袋中任意摸出 2 个球，至少得到 1 个黑球的概率为 p，求 p 的最大值.

（A）0.4 （B）0.5 （C）0.6 （D）0.7 （E）0.8

【答案】D

【例 5】一位国王的铸币大臣在每箱 10 枚的硬币中各掺入了一枚劣币，国王怀疑大臣作弊，他用两种方式来检测. 方式一：在 10 箱子中各任意抽查一枚；方式二：在 5 箱中各任意抽查两枚. 国王用方法一、二能发现至少一枚劣币的概率分别为 p_1 和 p_2，则（ ）

（A）$p_1 = p_2$ （B）$p_1 < p_2$ （C）$p_1 > p_2$

（D）以上三种情况都有可能 （E）无法确定

【答案】B

【例 6】储蓄卡上的密码是一种四位数字号码，每位上的数字可在 0 到 9 这 10 个数字中选取.

（1）如果随意按下一个四位数字号码，正好按对这张储蓄卡密码的概率有多少？

（2）某人忘记密码，则恰好第三次尝试成功的概率为多少？

（3）若连续输错 3 次，则银行卡将被锁定，若某人忘记密码，他能尝试成功的概率为多少？

（A）$\frac{1}{10^4}$　（B）$\frac{3}{10^4}$　（C）$\frac{1}{720}$　（D）$\frac{5}{720}$　（E）$\frac{7}{10^4}$

【答案】（1）A　（2）A　（3）B

【例 7】甲、乙等五名奥运志愿者被随机地分到 A，B，C，D 四个不同的岗位服务，每个岗位至少有一名志愿者.

（1）求甲、乙两人同时参加 A 岗位服务的概率 P_1；

（2）求甲、乙两人不在同一个岗位服务的概率 P_2；

（3）求 A 岗位服务的人数为 2 的概率 P_3.

（A）$\frac{1}{40}$　（B）$\frac{1}{10}$　（C）$\frac{9}{10}$　（D）$\frac{1}{4}$　（E）$\frac{3}{10}$

【答案】（1）A　（2）C　（3）D

【题型 2】独立事件

【思路点拨】求事件和的概率的方法是首先判断事件和中的每个事件之间是否两两互斥，如果互斥，求出每个事件的概率，最后利用互斥事件有一个发生的概率公式即可.如果不互斥必须通过其他途径变形求解.

（1）互斥事件有一个发生的概率

求解这类问题的数学思想方法是：在给定的命题背景下，先判断事件之间是否互斥，并理解“和事件”的意义，计算出每个简单事件的概率，然后再利用互斥事件的概率计算公式进行加法运算.特别要注意的是，若事件 A 与 B 不是互斥事件而是相互独立事件，那么在计算 P（A+B）的值时绝对不可以使用 P（A+B）=P（A）+P（B）这个公式，只能从对立事件的角度出发，运用 P（A+B）=1-P（$\overline{A}\cdot\overline{B}$）进行计算.

（2）相互独立事件同时发生的概率

在同一随机实验中，两事件互斥是指两个不可能同时发生的事件；两事件相互独立是指其中的一个事件发生与否对另一个事件的发生没有影响.特别要注意：若事件 A 与 B 不是相互独立事件而是互斥事件，那么在计算 P（AB）的值时绝对不可以使用 P（A·B）=P（A）P（B）这个公式，只能从对立事件的角度出发，运用 P（A·B）=1-P（$\overline{A}+\overline{B}$）进行计算.

【例 1】甲、乙两人进行射击比赛，在一轮比赛中，甲、乙各射击一发子弹．根据以往资料知，甲击中 8 环，9 环，10 环的概率分别为 0.6，0.3，0.1，乙击中 8 环，9 环，10 环的概率分别为 0.4，0.4，0.2．设甲、乙的射击相互独立.

（1）求在一轮比赛中甲击中的环数多于乙击中环数的概率；

（A）0.1　（B）0.2　（C）0.3　（D）0.4　（E）0.5

（2）求在独立的三轮比赛中，至少有两轮甲击中的环数多于乙击中环数的概率.

（A）0.104　（B）0.114　（C）0.204　（D）0.214　（E）0.102

【答案】（1）B　（2）A

【例 2】甲、乙、丙三台机床各自独立地加工同一种零件，已知甲机床加工的零件是一等品而乙机床加工的零件不是一等品的概率为$\frac{1}{4}$，乙机床加工的零件是一等品而丙机床加工的零件不是一等品的概率为$\frac{1}{12}$，甲、丙两台机床加工的零件都是一等品的概率为$\frac{2}{9}$.从甲、乙、丙加工的零件中各取一个检验，求至少有一个一等品的概率.

（A）$\frac{1}{6}$　（B）$\frac{1}{3}$　（C）$\frac{1}{2}$　（D）$\frac{2}{3}$　（E）$\frac{5}{6}$

【答案】E

【例 3】甲乙两队参加知识竞赛，每队 3 人，每人回答一个问题，答对者为本队赢得一分，答错得零分.假设甲队中每人答对的概率均为$\frac{2}{3}$，乙队中 3 人答对的概率分别为$\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{2}$且各人正确与否相互之间没有影响.

（1）求甲得 2 分的概率；

（A）$\frac{2}{9}$　（B）$\frac{1}{3}$　（C）$\frac{4}{9}$　（D）$\frac{5}{9}$　（E）$\frac{2}{3}$

（2）用 A 表示“甲、乙两个队总得分之和等于 3”这一事件，用 B 表示“甲队总得分大于乙队总得分”这一事件，求 P（AB）.

（A）$\frac{11}{243}$　（B）$\frac{31}{243}$　（C）$\frac{34}{243}$　（D）$\frac{37}{243}$　（E）$\frac{39}{243}$

【答案】（1）C　（2）C

【例 4】某学校举行知识竞赛,第一轮选拔设有 A,B,C,D 四个问题，规则如下：

① 每位参加者的初始分均为 10 分，答对问题 A,B,C,D 分别加 1 分、2 分、3 分、6 分，答错任一题减 2 分；

② 每回答一题，计分器显示累计分数，当累计分数小于 8 分时，答题结束，淘汰出局；当累计分数大于或等于 14 分时，答题结束，进入下一轮；当答完四题，累计分数仍不足 14 分时，答题结束，淘汰出局；

③ 每位参加者按问题 A,B,C,D 顺序作答，直至答题结束.

假设甲对 A,B,C,D 回答正确的概率均为$\frac{1}{2}$，且各题回答正确与否相互独立.

（1）求甲能进入下一轮的概率；

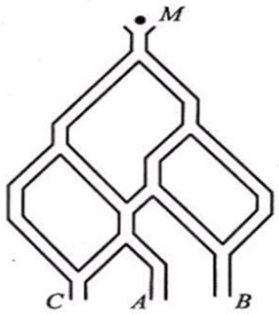
（A）$\frac{1}{5}$　　（B）$\frac{1}{4}$　　（C）$\frac{1}{3}$　　（D）$\frac{3}{8}$　　（E）$\frac{2}{5}$

（2）用n表示甲本轮答题结束时答题的个数，分别求$n=2,3$的概率.

（A）$\frac{1}{8}$　　（B）$\frac{1}{4}$　　（C）$\frac{3}{8}$　　（D）$\frac{1}{2}$　　（E）$\frac{1}{5}$

【答案】（1）D　　（2）B

【例 5】如图，一个小球从 M 处投入，通过管道自上而下落到 A 或 B 或 C. 已知小球从每个叉口落入左右两个管道的可能性是相等的.某商家按上述投球方式进行促销活动，若投入的小球落到 A，B，C，则分别设为一、二、三等奖.



（1）若某人投 1 次，获得一、二、三等奖概率分别为多少？

（2）若某人投 3 次，三个奖项均获得的概率为多少？

【答案】$\frac{3}{16}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{189}{2^{10}}$

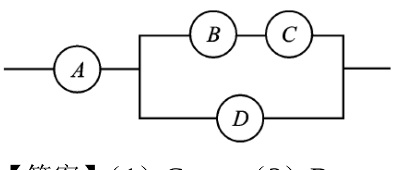
【例 6】如图：用 A、B、C、D 四类不同的元件连接成系统 N，当元件 A 正常工作且元件 B、C 都正常工作，或当元件 A 正常工作且元件 D 正常工作时，系统 N 正常工作.已知元件 A、B、C、D 正常工作的概率依次为$\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{3}{4},\frac{4}{5}$.

（1）求元件 A、B、C 都正常工作的概率；

（A）$\frac{1}{8}$　　（B）$\frac{1}{4}$　　（C）$\frac{3}{8}$　　（D）$\frac{1}{3}$　　（E）$\frac{2}{5}$

（2）求系统 N 正常工作的概率.

（A）$\frac{71}{120}$　　（B）$\frac{73}{120}$　　（C）$\frac{77}{120}$　　（D）$\frac{79}{120}$　　（E）$\frac{83}{120}$



【答案】（1）C　　（2）B

【题型 3】贝努里公式

【思路点拨】n 次独立重复试验恰好发生k次的概率可用$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$求解.如果不是相互独立事件，则将它们转化为相互独立事件的积与互斥事件的和的混合形式求解.对

这个公式，不能死记硬背，要真正理解它所表示的含义，特别要理解其中的 C_n^k 的意义.

【例 1】某气象站天气预报的准确率为 80%，计算：

（1）5 次预报中恰有 4 次准确的概率约为

（A）0.32　（B）0.41　（C）0.34　（D）0.45　（E）0.48

（2）5 次预报中至少有 4 次准确的概率约为

（A）0.82　（B）0.63　（C）0.64　（D）0.74　（E）0.78

【答案】（1）B　（2）D

【例 2】甲、乙两人各射击一次，击中目标的概率分别是 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{4}$.假设两人射击是否击中目标没有影响.

（1）求两人各射击 4 次,甲恰好击中目标 2 次且乙恰好击中目标 3 次的概率;

（2）假设某人连续 2 次未击中目标,则停止射击.问:乙恰好射击 5 次后,被中止射击的概率是多少?

【答案】$\frac{1}{8}$ $\frac{45}{1024}$

【例 3】某射手每次射击击中目标的概率是 $\frac{2}{3}$，且各次射击的结果互不影响.

（1）　假设这名射手射击 5 次，求有 3 次连续击中目标，另外 2 次未击中目标的概率：

（2）　假设这名射手射击 3 次，每次射击，击中目标得 1 分，未击中目标得 0 分，在 3 次射击中，若有 2 次连续击中，而另外 1 次未击中，则额外加 1 分；若 3 次全击中，则额外加 3 分，记 n 为射手射击 3 次后的总得分数，求 n 分别取 1,2,3 的概率.

【答案】（1）$\frac{8}{81}$　（2）$\frac{2}{9}$；$\frac{4}{27}$；$\frac{8}{27}$

【例 4】9 粒种子分种在甲、乙、丙 3 个坑内，每坑 3 粒，每粒种子发芽的概率为 0.5，若一个坑内至少有 1 粒种子发芽，则这个坑不需要补种；若一个坑内的种子都没发芽，则这个坑需要补种.

（1）求甲坑不需要补种的概率；

（2）求 3 个坑中恰有 1 个坑不需要补种的概率；

（3）求有坑需要补种的概率.

【答案】（1）0.875　（2）$\frac{21}{2^9}$　（3）$\frac{1}{2^9}$

【例 5】加工某种零件需经过三道工序.设第一、二、三道工序的合格率分别为 $\frac{9}{10}$、$\frac{8}{9}$、$\frac{7}{8}$，且各道工序互不影响.

（1）　求该种零件的合格率；

（2）　从该种零件中任取 3 件，求恰好取到一件合格品的概率和至少取到一件合格品的概率.

【答案】（1）$\frac{7}{10}$　（2）0.189；0.973

【例 6】设进入某商场的每一位顾客购买甲种商品的概率为 0.5，购买乙种商品的概率为

0.6，且购买甲种商品与购买乙种商品相互独立，各顾客之间购买商品也是相互独立的.

（1）求进入商场的 1 位顾客购买甲、乙两种商品中的一种的概率；

（2）求进入商场的 1 位顾客至少购买甲、乙两种商品中的一种的概率；

（3）记 n 表示进入商场的 3 位顾客中至少购买甲、乙两种商品中的一种的人数，分别求 $n=0,1,2,3$ 的概率.

【答案】（1）0.5　（2）0.8　（3）0.008；0.096；0.384；0.512

【例 7】某工厂生产甲、乙两种产品，甲产品的一等品率为 80%，二等品率为 20%；乙产品的一等品率为 90%，二等品率为 10%。生产 1 件甲产品，若是一等品则获得利润 4 万元，若是二等品则亏损 1 万元；生产 1 件乙产品，若是一等品则获得利润 6 万元，若是二等品则亏损 2 万元.设生产各种产品相互独立.

（1）记 X（单位：万元）为生产 1 件甲产品和 1 件乙产品可获得的总利润，则下列概率正确的有几个？

①P（X=10）=0.72，②P（X=5）=0.18，③P（X=2）=0.08，④P（X=-3）=0.02.

（A）0 个　（B）1 个　（C）2 个　（D）3 个　（E）4 个

（2）求生产 4 件甲产品所获得的利润不少于 10 万元的概率.

（A）0.8092　（B）0.8192　（C）0.8232　（D）0.8492　（E）0.8632、

【答案】（1）E　（2）B

【例 8】甲、乙、丙三人按下面的规则进行乒乓球比赛：第一局由甲、乙参加而丙轮空，以后每一局由前一局的获胜者与轮空者进行比赛，而前一局的失败者轮空.比赛按照这种规则一直进行到其中一人连胜两局或打满六局时停止.设在每局中参赛者胜负的概率均为 $\frac{1}{2}$，且各局胜负相互独立.求：

（1）打满 3 局比赛还未停止的概率.

（2）比赛停止时已打局数为 4 局和 5 局的概率.

【答案】（1）$\frac{1}{4}$　（2）$\frac{1}{8}$；$\frac{1}{16}$

【例 9】某项考试按科目 A、科目 B 依次进行，只有当科目 A 的成绩合格时，才可继续参加科目 B 的考试.已知每个科目只允许有一次补考机会，两个科目成绩均合格方可获得证书.现某人参加这项考试，科目 A 每次考试成绩合格的概率为 $\frac{2}{3}$，科目 B 每次考试成绩合格的概率均为 $\frac{1}{2}$.假设各次考试成绩合格与否互不影响.

（1）求不需要补考就可获得证书的概率；

（2）在考试过程中，假设不放弃所有的考试机会，求考试合格的概率.

【答案】（1）$\frac{1}{3}$　（2）$\frac{2}{3}$

第十一章 数据描述

【题型 1】平均值的意义

【思路点拨】通过权重的方式可以快速求解平均值.

【例 1】某人参加了 4 门功课考试，平均分是 82 分，若他计划下一门功课考完后，5 门功课的平均分至少达到 92 分（每门功课均为 150 分总分），则他下门功课至少应得（　　）分.

（A）122　（B）126　（C）128　（D）130　（E）132

【答案】E

【例 2】某学生在军训时进行打靶测试，共射击 10 次。他的第 6、7、8、9 次射击分别射中 9.0 环、8.4 环、8.1 环、9.3 环，他的前 9 次射击的平均环数高于前 5 次的平均环数。若要使 10 次射击的平均环数超过 8.8 环，则他第 10 次射击至少应该射中多少环？（打靶成绩精确到 0.1 环）

（A）9.0　（B）9.2　（C）9.4　（D）9.5　（E）9.9

【答案】E

【例 3】甲，乙，丙三个地区的公务员参加一次测评，其人数和考分情况如下表：

分数 人数 地区	6	7	8	9
甲	10	10	10	10
乙	15	15	10	20
丙	10	10	15	15

三个地区按平均分由高到低的排名顺序为

（A）乙，丙，甲　（B）乙，甲，丙　（C）甲，丙，乙

（D）丙，甲，乙　（E）丙，乙，甲

【答案】E

【题型 2】方差与标准差的意义

【例 1】要从甲、乙、丙三位射击运动员中选拔一名参加比赛，在预选赛中，他们每人各打 10 发子弹，命中的环数如下：

甲：10，10，9，10，9，9，9，9，9，9

乙：10，10，10，9，10，8，8，10，10，8

丙：10，9，8，10，8，9，10，9，9，9

根据这次成绩，应该选拔谁去参加比赛？

（A）甲　（B）乙　（C）丙　（D）甲和乙　（E）甲和丙

【答案】A

【题型 3】直方图

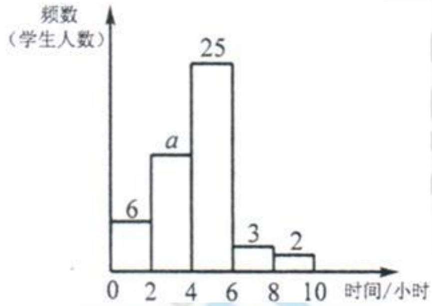
【思路点拨】直方图分为频数直方图和频率直方图，主要考查读频数分布直方图的能力和利用图获取信息的能力；此外，要注意可利用列举法求概率.

【例 1】将容量为 n 的样本中的数据分成 6 组，绘制频率分布直方图。若第一组至第六组数据的频率之比为 2：3：4：6：4：1，且前三组数据的频数之和等于 27，则 n 等于

（A）50　（B）55　（C）60　（D）65　（E）80

【答案】C

【例 2】某班 50 名学生参加平均每周上网时间的调查，由调查结果绘制了频数分布直方图，根据图中信息回答下列问题：



（1）求 a 的值；

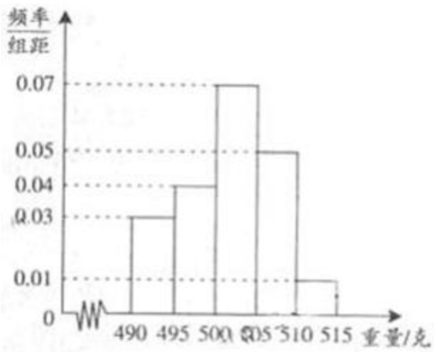
（A）8　（B）9　（C）10　（D）12　（E）14

（2）用列举法求以下事件的概率：从上网时间在 6～10 小时的 5 名学生中随机选取 2 人，其中至少有 1 人的上网时间在 8～10 小时的概率为.

（A）0.3　（B）0.4　（C）0.6　（D）0.7　（E）0.8

【答案】（1）E　（2）D

【例 3】某食品厂为了检查一条自动包装流水线的生产情况，随即抽取该流水线上 40 件产品作为样本算出他们的重量（单位：克）重量的分组区间为 $(490,495]$，$(495,500]$，……$(510,515]$，由此得到样本的频率分布直方图，如图所示.



（1）根据频率分布直方图，求重量超过 505 克的产品数量.

（A）8　（B）10　（C）12　（D）14　（E）16

（2）在上述抽取的 40 件产品中任取 2 件，设 n 为重量超过 505 克的产品数量，则有.

（A）$P(n=0)=\frac{67}{130}$　（B）$P(n=1)=\frac{53}{130}$　（C）$P(n=2)=\frac{17}{130}$

（D）$P(n=1)=\frac{51}{130}$　（E）$P(n=2)=\frac{11}{130}$

（3）从流水线上任取 5 件产品，求恰有 2 件产品的重量超过 505 克的概率.

（A）0.9×0.7^3　（B）0.8×0.7^3　（C）1.2×0.7^3　（D）0.6×0.7^3　（E）0.7^4

【答案】（1）C　（2）E　（3）A