**2017年北京师范大学硕士研究生招生考试大纲**

**762数学分析**

**2016年北京师范大学硕士研究生入学考试数学分析大纲**

**一、实数集与函数**

**考试内容:** 实数概念及性质, 确界原理, 闭区间套定理. 函数的概念及表示法, 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性, 复合函数、反函数、分段函数和隐函数, 基本初等函数的性质及其图形, 初等函数, 函数关系的建立.

**考试要求：**

1. 理解实数概念, 掌握实数的小数表示及性质.

2. 掌握确界概念并会应用确界原理.

3. 掌握闭区间套概念并会应用闭区间套定理.

4．理解函数的概念, 掌握函数的表示法, 会建立应用问题的函数关系.

5．掌握函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性．

6．掌握复合函数、分段函数、反函数及隐函数的概念．

7．掌握基本初等函数的性质及其图形, 理解初等函数的概念.

**二、数列与一元函数的极限**

**考试内容:** 数列极限和函数极限（简称极限）的定义, 数列的上、下极限, 函数的单侧极限(自变量趋于单点时函数的左极限与右极限, 自变量趋于正或负无限大时函数的极限), 函数的单侧上、下极限,  无穷小量和无穷大量的概念及其关系, 无穷小量的性质及无穷小量的比较, 极限的性质, 极限存在的两个判别准则:

柯西(Cauchy)准则和单调有界准则, 两个重要极限:

，

致密性定理, 聚点定理, 数列极限的施托尔茨(Stolz)定理, 函数极限的海涅(Heine)定理. 开集、闭集和紧集，有限开覆盖定理.

**考试要求:**

       1．掌握极限的概念(包括某一极限过程中数列或函数的收敛与发散), 理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系．

       2．掌握极限的性质(有界性、唯一性、保号性、算术性质、保序性、夹逼性质等).

       3．掌握极限存在的柯西准则, 并会利用它判断极限的存在与否.

    4. 掌握极限存在的单调有界准则, 能够用其判断数列收敛或在某一极限过程中函数收敛, 并在可能的情况下求出极限.

    5. 掌握致密性定理 (有界数列必有收敛子列), 聚点定理 (有界无穷点集至少有一个聚点).

    6. 掌握利用两个重要极限求极限的方法, 会用施托尔茨定理求极限．

       7．掌握无穷小量、无穷大量的概念, 掌握无穷小量的比较方法, 会用等价无穷小量求极限．

       8．掌握函数连续性的概念(含左连续与右连续), 会判别函数间断点的类型．

    9. 掌握海涅定理并会利用它判断极限的存在与否.

    10. 理解开集、闭集的概念和性质, 掌握紧集与开覆盖的概念、有限开覆盖定理.

三、一元函数的连续

**考试内容**: 函数连续的概念和性质,  函数间断点的类型,  初等函数的连续性,  闭区间上连续函数的性质.

**考试要求:**

1. 理解连续函数的概念、性质和初等函数的连续性, 掌握闭区间上连续函数的性质 (有界性、最大值和最

小值定理、介值定理等), 并会应用这些性质．

2．理解连续函数的一致连续性概念, 掌握有界闭区间上的海涅-康托尔(Heine-Cantor)一致连续定理.

**四、一元函数微分学**

**考试内容:** 导数和微分的概念, 导数的几何意义和物理意义, 函数的可导性与连续性之间的关系, 平面曲线的切线和法线, 导数和微分的四则运算, 基本初等函数的导数, 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法, 高阶导数, 莱布尼兹求导公式,  一阶微分形式的不变性, 微分中值定理, 泰勒(Taylor)公式, 洛必达 (L'Hospital) 法则, 函数单调性的判别, 函数的极值, 函数的最大值和最小值, 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线, 函数图形的描绘, 插值多项式和方程近似求根.

**考试要求:**

1. 理解导数和微分的概念, 理解导数与微分的关系, 理解导数的几何意义, 会求平面曲线的切线方程和法线方程, 了解导数的物理意义, 会用导数描述一些物理量, 理解函数的可导性与连续性之间的关系．

2．掌握导数的四则运算法则、复合函数的求导法则, 掌握基本初等函数的导数公式．了解微分的四则运算

法则和一阶微分形式的不变性, 会求函数的微分．

3．理解高阶导数的概念、莱布尼兹求导公式, 会求一些简单函数的高阶导数．

4．会求分段函数的导数, 会求隐函数及反函数的导数.

5．掌握罗尔(Rolle)定理、拉格朗日(Lagrange)中值定理、柯西(Cauchy)中值定理、达布导函数介值定理和

泰勒(Taylor)定理 (带几种余项的)．

6．掌握洛必达法则以及用洛必达法则求未定式极限的方法．

7．理解函数的极值概念, 掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法, 掌握函数最大值和最小值的

求法及其应用．

8．会用导数判断函数图形的凹凸性, 会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线, 会描绘函数的图形．

9．理解插值多项式和方程近似求根．

**五、一元函数积分学**

**考试内容:** 原函数和不定积分的概念, 不定积分的基本性质, 基本函数的积分公式, 定积分 (指黎曼积分) 的概念和基本性质, 定积分中值定理, 积分上限的函数及其导数, 黎曼可积的判别准则, 牛顿一莱布尼茨(Newton-Leibniz) 公式, 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法, 有理函数、三角函数的有理式和简

单无理函数的积分, 反常(广义)积分, 定积分的应用.

**考试要求:**

1. 理解原函数的概念, 掌握不定积分和定积分的概念．掌握函数是黎曼可积的必要条件, 掌握函数黎曼可

积的判别准则.

1. 掌握不定积分的基本公式, 掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理, 掌握换元积分法与分部

积分法．

3．掌握有理函数、三角函数有理式和简单无理函数的积分．

4．理解积分变上限的函数, 会求它的导数, 掌握牛顿－莱布尼茨公式．理解定积分的近似计算.

5．理解反常积分的概念和性质, 掌握判断广义积分收敛与否的方法, 会计算一些简单的广义积分．

6．掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量 (平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧

面积、平行截面面积为已知的立体体积、功、引力、压力、质心、形心等)及函数的平均值．

**六、无穷级数**

**考试内容:** （一） 常数项级数：收敛与发散的概念, 收敛级数的和的概念, 级数的基本性质与收敛的必要条件, 几何级数与,  p 级数及其收敛性, 正项级数收敛性的判别法, 交错级数与莱布尼茨定理, 任意项级数的绝对收敛与条件收敛. （二） 函数项级数：收敛域、和函数、一致收敛概念, 函数项级数的一致收敛判别法、和函数的分析性质(连续性、可微性和可积性；逐项求极限、求微分和逐项求积分), （三）幂级数: 幂级数及其收敛半径、收敛区间（指开区间）和收敛域, 幂级数的和函数, 幂级数在其收敛区间内的基本性质, 简单幂级数的和函数的求法, 初等函数的幂级数展开式. （四） 三角级数与函数的傅里叶（Fourier）级数：2л-周期函数的傅里叶系数与傅里叶级数, 黎曼引理, 贝塞尔不等式, 傅里叶级数收敛的狄尼(Dini)判别法、狄利克雷(Dirichlet)判别法, 傅里叶级数的收敛定理, 2l (l>0)-周期函数函数的傅里叶级数, 正弦级

数和余弦级数.

**考试要求:**

1．理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念, 掌握级数的基本性质及收敛的必要条件.

2．掌握几何级数与\,$p$ 级数的收敛与发散的条件.

3．掌握正项级数收敛性的柯西判别准则、比较判别法、比值判别法、根值判别法、拉比(Raabe)判别法、

积分判别法等.

4．掌握交错级数的莱布尼茨判别法.

5. 掌握任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念、绝对收敛与收敛的关系和绝对收敛级数的乘积.

6. 掌握狄利克雷判别法和阿贝尔判别法.

7. 理解函数项级数的收敛域、和函数的概念及性质.

8. 掌握判别函数列及函数项级数一致收敛与否的方法 (柯西准则、优级数判别法、狄利克雷判别法、阿贝

尔判别法和迪尼判别法等), 掌握函数项级数的和函数的分析性质.

9．理解幂级数收敛半径的概念、并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法.

10．理解幂级数在其收敛区间内的基本性质(和函数的连续性、逐项求导和逐项积分), 会求一些幂级数在

收敛区间内的和函数, 并会由此求出某些数项级数的和.

11．理解函数展开为泰勒级数的充分必要条件.

12．掌握几个基本初等函数ex, ln(1+x), sin x, cos x, (1+x)α的麦克劳林 (Maclaurin) 展开式,

会用它们将一些简单函数间接展开成幂级数.

13．理解正交函数系、傅里叶系数及傅里叶级数的概念. 掌握黎曼引理, 局部化定理, 贝塞尔不等式. 掌握

傅里叶级数的狄尼(Dini)判别法、狄利克雷判别法及收敛定理.

14. 会将定义在闭区间[-l, l)上的黎曼可积函数延拓成周期为2l的函数并展开其傅里叶级数, 会将定义

在[0, l) 上的函数展开为正弦级数与余弦级数, 会写出傅里叶级数的和函数的表达式.

**七、多元函数微分学**

**考试内容:** 多元函数的概念, 二元函数的几何意义, 多元函数的极限与连续的概念, 多元函数极限存在与否的判断, 二元函数的累次极限, 有界闭区域上多元连续函数的性质, 多元函数的偏导数和全微分、 二阶乃至更高阶偏导数, 全微分存在的必要条件和充分条件, 隐函数存在定理, 反函数存在定理, 多元复合函数、隐函数的求导法、二阶导数, 方向导数和梯度, 空间曲线的切线和法平面, 曲面的切平面和法线, 二元

函数的二阶泰勒公式, 多元函数的极值和条件极值, 多元函数的最大值、最小值及其简单应用.

**考试要求：**

1．理解多元函数的概念, 理解二元函数的几何意义.

2．理解多元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质.

3．理解多元函数偏导数和全微分的概念, 会求全微分, 理解全微分存在的必要条件和充分条件, 理解全微

分形式的不变性.

4．理解方向导数与梯度的概念, 并掌握其计算方法.

5．掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法，以及一些简单函数的高阶偏导数的求法.

6．理解隐函数存在定理, 会求多元隐函数的一阶、二阶偏导数以及一些简单函数的高阶偏导数.

7．理解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念, 会求它们的方程.

8．理解多元函数的泰勒公式.

9．理解多元函数极值和条件极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件, 理解多元函数极值存在的充

分条件, 会求简单的多元函数的极值, 会用拉格朗日乘数法求条件极值, 会求简单多元函数的最大值和最小值, 并会解决一些简单的应用问题.

**八、含参变量的广义积分**

**考试内容:** 含参变量的广义积分的概念, 含参变量的广义积分一致收敛的概念, 含参变量的广义积分的分

析性质, 一些含参变量的广义积分的计算.  伽玛(*Gamma)函数*, 贝塔(Beta)函数.

**考试要求:**

1. 掌握常义含参变积分的概念、基本性质和定理.

2. 理解含参变量广义积分收敛、一致收敛的概念，掌握含参量广义积分的魏尔斯特拉斯判别法、柯西准则、

阿贝尔判别法、狄利克雷判别法及迪尼判别法.

3. 掌握含参变量的广义积分的分析性质(连续性、可微性和可积性)的定理.

4. 掌握一些广义积分及含参量广义积分的计算. 理解含参量广义积分概念和函数项级数概念之间的关系.

5. 理解伽玛函数、贝塔函数及其性质和关系, 理解斯特林公式.

**九、多元函数积分学**

**考试内容：**二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用, 两类曲线积分的概念、性质及计算, 两类曲线积分的关系, 格林（Green）公式, 平面曲线积分与路径无关的条件, 二元函数全微分的原函数, 两类曲面积分的概念、性质及计算, 两类曲面积分的关系, 高斯（Gauss）公式, 斯托克斯（Stokes)公式, 散度、

旋度的概念及计算, 曲线积分和曲面积分的应用.

**考试要求:**

1．理解重积分的概念、性质.

2．掌握二、三重积分的计算方法, 特别是积分变换（直角坐标、极坐标、柱面坐标、球面坐标以及其他简

单的变换）, 会计算一些简单的重数高于三的重积分.

3．掌握两类曲线积分的概念、性质及两类曲线积分之间的关系.

4．掌握计算两类曲线积分的方法.

5．掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件, 会求二元函数全微分的原函数. 掌握斯托克斯

公式并会运用其计算曲线积分, 会运用曲线积分与路径无关的条件求三元函数全微分的原函数.

6．理解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分的关系, 掌握计算两类曲面积分的方法, 掌握高斯公式

并会运用其计算曲面积分的方法.

7．理解散度与旋度的概念, 并会计算.

8．会用重积分、曲线积分及曲面积分求一些几何量与物理量（平面图形的面积、体积、曲面面积、弧长、

质量、质心、形心、转动惯量、引力、功及流量等）.